

競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ 過程への適用

林秀和¹・貝戸清之²・熊田一彦³・小林潔司⁴

¹正会員 三菱UFJリサーチ&コンサルティング株式会社 政策研究事業本部 研究開発第2部
(〒541-8512 大阪市中央区今橋2-5-8 トレードピア淀屋橋)

E-mail: hayashi@murc.jp

²正会員 大阪大学特任講師 大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 (株) 高速道路総合技術研究所 道路研究部 舗装研究室 (〒194-8508 町田市忠生1-4-1)

E-mail: k.kumada.aa@ri-nexco.co.jp

⁴フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

土木施設の劣化状態は、複数の劣化事象によって規定されることが多い。土木施設の劣化評価においては、複数の劣化事象の中から、もっとも劣化が進行した事象が当該施設を代表する劣化事象として記録されることになる。本研究では、複数の劣化過程がそれぞれ独立にマルコフ過程に従い、その中でもっとも劣化が進行した劣化事象が代表的な事象として選択されるメカニズムを競合的劣化ハザードモデルを用いて表現する。さらに、道路舗装のひび割れを、縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れに分類するとともに、それぞれのタイプのひび割れ過程を表すひび割れタイプ別供用性曲線を推計し、道路の構造特性、舗装特性、および交通条件等が、道路舗装のひび割れ過程に及ぼす影響について分析する。

Key Words : pavement, crack progression, competitive hazard model, asset management, MCMC

1. はじめに

道路舗装の代表的な劣化現象として、わだち掘れ、ひび割れ、非平坦性等の進行がある。これらの劣化現象の中でも、ひび割れは発生頻度が高いだけでなく、ひび割れの進行過程は複雑であり、劣化メカニズムが十分に解明されていない。一般に、ひび割れは、道路舗装の劣化メカニズムの相違により、縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れ等に代表されるように、多様な形態で発生する。さらに、ひび割れタイプにより、道路舗装の劣化メカニズムが異なる場合が多い。道路舗装の維持補修計画を検討する上で、ひび割れタイプに着目した舗装劣化の進行速度管理を行うことが重要である。

従来より、道路舗装の劣化過程に関して、数多くの研究^{1)–4)}が蓄積されている。これらの先行研究は、舗装の劣化過程を確定的な供用性曲線で表現しており、舗装の劣化過程に介在する不確実性を十分に考慮できていない⁵⁾。2. (1) において紹介するように、劣化過程の不確実性を考慮した供用性曲線に関する研究^{6)–10)}も進展している。これらの統計的劣化予測モデルは、単一の劣化現象を対象としたハザードモデルを用いて、劣化過程をモデル化するという特徴がある。しかし、舗装の劣化過程は、劣化メカニズムが異なる多様な劣化

現象が同時に生起するという特徴がある。このような複合的な劣化過程を、単一の劣化現象を対象としたハザードモデルを用いて記述することには限界があった。

このような観点から、筆者等は、道路舗装に発生するひび割れの状態を健全度とひび割れタイプという2種類の離散的状态変数を用いて表現し、複数のタイプのひび割れの進行を同時に考慮したような階層型指数劣化ハザードモデルを提案している¹¹⁾。階層型指数劣化ハザードモデルを用いて、複数タイプのひび割れ状態間の推移過程をモデル化することにより、舗装構造や道路環境がひび割れ発生・進行過程に及ぼす影響を分析することが可能となった。階層型指数劣化ハザードモデルは、ひび割れタイプごとの劣化状態間の推移状態をマルコフ推移確率で表現する。このため、ひび割れ発生・進行過程全体としての進行速度管理のために有用な情報を作成するが、各タイプのひび割れ発生メカニズムや進行管理に関しては十分な情報を作成できないという問題があった。

本研究では、路面性状測定結果に基づいて、ひび割れタイプごとの進行過程を表現する供用性曲線を推計するための方法論を提案する。具体的には、個々のひび割れタイプごとに、それぞれの劣化メカニズムに従って、ひび割れが進行する。そのうち、路面性状測定で

は、対象となる道路区間の中で、もっとも損傷が著しい劣化過程に関する情報のみが記録される。本研究では、複数タイプのひび割れの進行過程間の競合関係を表現する競合的劣化ハザードモデルを提案するとともに、各タイプのひび割れの進行過程を供用性曲線として個別に推計する方法論を提案する。競合的劣化ハザードモデルを用いることにより、タイプ別供用性曲線を推計する場合に発生するサンプル選択バイアスの問題を回避することが可能となる。さらに、実データを用いた分析により、提案した方法論の有効性を実証的に検証する。以下、2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. では、競合的劣化ハザードモデルを定式化する。4. で競合的劣化ハザードモデルの推計方法を提案する。さらに、5. で、実測データを用いた実証分析を通して提案手法の有効性を検証する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

統計的な劣化予測モデルは、多くの劣化サンプルから、劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化することを目的とする。ハザードモデル^{12),13)}を用いた統計的劣化予測モデルがいくつか提案されている⁶⁾⁻¹¹⁾。もともと、ハザードモデルは、主に信頼性解析の分野において施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発されたが、現在では信頼性解析のみならず多くの分野で適用事例が報告されている。

アセットマネジメントの分野でも、例えばShin and Madanat⁶⁾は、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル劣化ハザードモデルを提案している。また、青木等⁸⁾はトンネル照明を対象として、ワイブル劣化ハザードモデルの有効性について実証的に検証している。さらに、損傷度が多段階で評価される土木施設の劣化予測問題を対象として、多段階指数劣化ハザードモデルを用いてマルコフ推移確率を推計する方法が提案されている⁷⁾。マルコフ連鎖モデルは多段階の離散的なデータを扱う場合には操作性に優れたモデルであることから、土木施設のマネジメント分野での適用実績が多い。さらに、マルコフ連鎖モデルを拡張し、劣化過程が使用時間に依存するような非斉次マルコフ連鎖モデルが提案されている。また、多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて、非斉次マルコフ推移確率を推計する方法も開発されている¹⁰⁾。さらに、測定データの蓄積に応じて、劣化ハザードモデルをベイズ更新する方法論も提案されている¹⁴⁾。ただし、これらのモデルはいずれも単一の損傷度指標を用いて劣化過程を記述することを目的としており、複数の状態変数で記述されるような劣化過程を対象としていない。

ひび割れ状態は、ひび割れの損傷度とひび割れのタイプという2つの異なる状態変数を用いて記述できる。路線を構成する道路区間には、1ヶ所、もしくは複数個所にひび割れが発生する。東・中・西日本高速道路株式会社が管理する高速道路では、路面性状測定により、ひび割れの損傷度を測定した場合、もっとも損傷が進行したひび割れに関する情報(ひび割れのタイプと損傷度)のみが記録される。したがって、時間の経過とともに、別のひび割れが進行したため、つぎの測定時点において、その区間を代表するひび割れのタイプが変化することも起こりえる。このように、もっとも進行したひび割れのタイプと損傷度で記述されるようなひび割れの進行過程を、本研究では「ひび割れ過程」と呼ぶ。これに対して、各タイプのひび割れが進行する過程を、「ひび割れ進行過程」と呼び、「ひび割れ過程」と区別する。すでに、筆者等はひび割れの劣化事象を、ひび割れのタイプと、各タイプのひび割れの損傷度という2つの状態変数の組み合わせにより表現し、このような劣化事象の間の推移過程をマルコフ推移確率を用いて記述するような方法論を開発した¹¹⁾。そこでは、多段階指数劣化ハザードモデルに、multi destination型ハザードモデルを組み込んだような階層型指数劣化ハザードモデルを提案し、ひび割れ過程を複数のひび割れタイプにわたり多段階に損傷が進行していくような階層的ネットワーク型劣化過程として記述することに成功している。1. でも言及したように、階層型指数劣化ハザードモデルにより、複数タイプのひび割れを同時に考慮したような供用性曲線を推計することが可能となった。しかし、階層型指数劣化ハザードモデルは、劣化状態間の推移状態をマルコフ推移確率で表現するため、各タイプのひび割れ発生メカニズムや進行管理に関しては十分な情報を作成できないという限界があった。本研究では、このような階層型指数ハザードモデルの問題点を克服するために、複数のひび割れが互いに競合し、その中でもっとも損傷が著しいタイプのひび割れが選択されるメカニズムを、競合的劣化ハザードモデルを用いて表現する。

(2) ひび割れタイプとマネジメント課題

ひび割れが発生するメカニズムに関しては、依然として不明な点が少なくない。また、ひび割れのタイプにより、その発生メカニズムに違いが存在することが指摘されている。前稿において、ひび割れ発生過程に関する既往研究を整理し、ひび割れタイプごとに舗装マネジメント上の課題について言及している¹¹⁾。本稿においても、読者の便宜を図るため、前稿との重複を恐れず、ひび割れタイプに応じたマネジメント上の課題について整理しておく。

一般に、ひび割れにはアスファルトコンクリート層底面から発生するものと、表面から発生するものが存在する¹⁵⁾⁻²⁰⁾。ひび割れは複数の原因が複合的に生じた結果であるケースも多く、メカニズムの解明が困難な現象であると言える。舗装のアセットマネジメントの視点に立てば、ひび割れのタイプにより補修方法や補修費用が異なることが課題となる。なかでも、縦ひび割れは、発生範囲が広範に及ぶために、大規模補修が必要となる場合が多い。一方、面ひび割れが発生した場合、ポットホールが発生等、管理瑕疵につながる可能性があるため、早期に補修が実施される。しかし、面ひび割れに対しては、局所的な工事で対処可能な場合が少なくない。高速道路の舗装アセットマネジメントにおけるライフサイクル費用を管理する上で、タイプ別のひび割れ発生頻度、ひび割れの進行速度に関する管理情報を獲得することが重要な課題となる。

高速道路における路面性状測定では、ある一定区間(例えば、100メートル区間)ごとに、区間中に存在するひび割れの中で、もっとも劣化が進行した(損傷度の大きい)ひび割れの状態が報告される。当該区間の中に存在するすべてのひび割れに関する情報が報告されるわけではない。道路舗装のアセットマネジメントを実施する場合、わだち掘れ、平坦性、段差等の程度と併せて、道路区間の中でもっとも損傷度が大きいひび割れの状況に基づいて、舗装の補修を行うかどうかを検討することになる。このため、ひび割れに関する路面性状測定において、もっとも損傷度の大きい代表的なひび割れの状態に着目することは、一定の合理性を有している。その結果、ある定期測定において、仮に「縦ひび割れ」とその損傷度が報告されたとしても、次の測定において、同一箇所のひび割れが選択される保証はない。その時点において、もっとも損傷が激しいひび割れが選択され、その損傷度が報告されることになる。このように路面性状測定では、同一のひび割れの進行過程が追跡されるのではなく、区間を代表するひび割れのタイプとその損傷度が報告される。

一般に、ひび割れは機能的な損傷か、構造的な損傷かにより、舗装の補修方法が異なる。最適な道路補修計画を決定するためには、ひび割れの進行速度と構造的な耐久性を予測し、ライフサイクル費用評価を行うことが必要となる。しかしながら、前述したようなひび割れの記録は、これら損傷を明確に区分できるものではない。以上の問題意識の下に、本研究では、路面性状測定で獲得できる各区間ごとの代表的なひび割れのタイプと、その損傷度に関する情報に基づいて、各ひび割れタイプ別の進行過程を記述した供用性曲線を推計する方法論を提案する。このようなひび割れタイプ別供用性曲線を作成することにより、将来時点にお

表-1 ひび割れ状態の表現方法

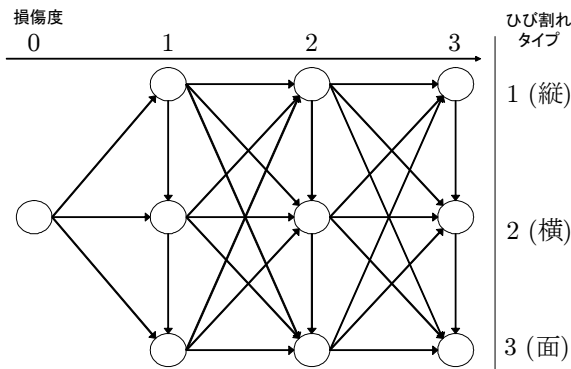
損傷度	ひび割れタイプ		
	縦ひび割れ	横ひび割れ	面ひび割れ
$i = 0$	(0, 0)		
$i = 1$	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)
$i = 2$	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
$i = 3$	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)

けるタイプ別のひび割れ発生頻度や、補修によるライフサイクル費用を予測することが可能となる。

(3) ひび割れ過程

道路舗装のひび割れ状態を、ひび割れの程度の大きさを表す「損傷度」と、舗装のひび割れタイプを表す「ひび割れタイプ」という2種類の離散変数を用いて表現する¹¹⁾。状態変数 i ($i = 0, 1, \dots, I$) は損傷度を表し、 $i = 0$ はひび割れが発生していない状況を、 $i = I$ はひび割れがもっとも進行した状態を意味する。損傷度が $i = I$ に到達した場合には、直ちに舗装の補修が実施される。一方、ひび割れのタイプを状態変数 l ($l = 0, \dots, L$) で表現する。本研究の適用事例では、ひび割れタイプとして、縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れという3つのタイプを取り上げている。ただし、 $l = 0$ は、ひび割れが発生していない状態を表す。したがって、初期状態のみ(0, 0)で表現され、ひび割れが発生した段階で損傷度は状態変数 i ($i = 1, \dots, I$)、劣化状態は l ($l = 1, \dots, L$) を用いて定義される。以上の2種類の状態変数を用いて、舗装のひび割れ状態を、損傷度 i ($i = 1, \dots, I$) と、ひび割れタイプ l ($l = 1, \dots, L$) のペア (i, l) で表そう。以下、状態変数のペア (i, l) を劣化状態と呼ぶ。表-1には、本研究の適用事例で用いる劣化状態をリストアップしている。本適用事例では、状態変数 (i, l) の上限値 (I, L) は、(3, 3)に設定されている。

舗装表面を一定の区画に分割するとともに、各区画ごとに、ひび割れの損傷度とひび割れタイプを定義する。その場合、1つの区画の中に複数のひび割れが存在する可能性も少なくない。その際、もっとも損傷度の大きいひび割れに着目し、その区画の劣化状態を定義する。ここで、たとえば損傷度 $i = 2$ 、横ひび割れ $l = 2$ (すなわち、劣化状態(2, 2))と判定されたある道路区画に着目する。この道路区画において、縦ひび割れや面ひび割れが発生していても、損傷度が $i = 1$ である限り、その区画の劣化状態の判定結果は(2, 2)である。さらに、ある測定時点で、縦ひび割れ ($l = 1$) と横ひび割れ ($l = 2$) の損傷度がともに $i = 1$ である場合も考える。この場合、ひび割れのタイプにより、どちらが選択されるかというルールを設けておく必要がある。当該の高速道路の路面性状測定では、面ひび割れ、横ひび割れ、縦ひび割れという順序で、ひび割れタイプが選択されることに



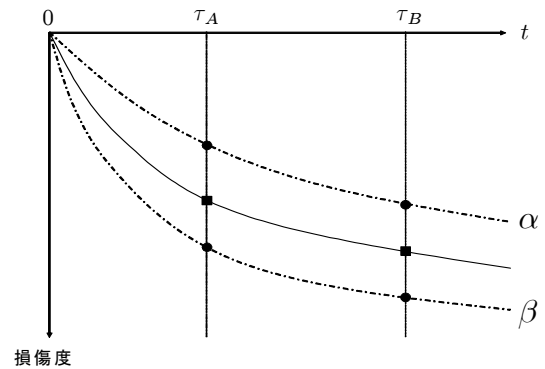
注) 図中の○は劣化状態を表している。劣化状態は損傷度 i ($i = 0, 1, 2, 3$) とひび割れタイプ l ($l = 1, 2, 3$) の組 (i, l) として表現される。ひび割れ過程は劣化状態 $(0, 0)$ から、右方向へ移動するパターンで進行する。

図-1 ひび割れ過程

なっている。したがって、同一の損傷度であれば、 l の値が大きい方が、当該区間における代表的なひび割れタイプと判定されると考える。図-1 は、劣化状態の推移過程の事例を表現している。同図に示すように、各ひび割れタイプごとに、ひび割れが進行し、損傷度が増加していく。いま、時点 τ_A において、3つのタイプのひび割れの状態 (i, l) が、それぞれ $(2, 1), (2, 2), (1, 3)$ である場合を考える。この時、先に言及したルールより、当該区間の劣化状態は $(2, 2)$ と判定されることになる。それぞれのひび割れタイプの進行過程において、状態 $i = 3$ は終局状態 (吸収状態) である。このように、路面性状測定では、もっともひび割れが進行した状態にあるひび割れのタイプと損傷度のみが記録される。それ以外のひび割れタイプも進行しているが、調査時点において、それよりも損傷が進行しているひび割れが存在するために、たまたま記載されない場合もある。その結果、調査時点以降に、別のひび割れタイプが進行し、つぎの調査時点で、当該区間における代表的なひび割れのタイプが変化することも起こりえる。

(4) 動的サンプル選択バイアス

路面性状測定では、舗装のひび割れに関する劣化状態が記録されるが、もっとも損傷が進んだひび割れタイプに関する情報のみが記録され、それ以外のひび割れタイプに関する情報は獲得できない。そのことに起因して、各タイプのひび割れの進行過程を個別に推計しようとするれば、推計結果の系統的なバイアスが生まれるという代表値問題が発生する。すなわち、路面性状測定では、代表的なひび割れタイプの情報のみ



注) 実線は、縦ひび割れの供用性曲線を、1点鎖線は、横ひび割れのサンプルパスを表している。調査時点 τ_A, τ_B において、横ひび割れの進行過程を表すサンプルパス α が、実線より上側に位置すれば縦ひび割れが、サンプルパス β が、下方に位置すれば横ひび割れが代表的なひび割れタイプとして選択される。

図-2 動的サンプル選択バイアス

が記録されるため、ともすれば進行が早いひび割れのみが偏ってサンプリングされ、進行の遅いひび割れ (以下、隠れたタイプのひび割れと呼ぶ) に関する情報が不足するというサンプル選択バイアスが発生する。さらに、このようなサンプル選択バイアスが、時間の経過とともに変動するという動的サンプル選択バイアスが発生する。このことを図-2を用いて説明する。2つの調査時点 τ_A, τ_B を考える。図中の実線は、例えば縦ひび割れの平均的な劣化曲線 (以下、供用性曲線と呼ぶ) を表している。1点鎖線は、横ひび割れのサンプルパスを表している。ひび割れの進行過程には、多くの不確実性が含まれるため、供用性曲線に沿ってひび割れが進行するとは限らない。ここで、議論を簡単にするために、縦ひび割れに関しては、実線通りひび割れが進行すると考える。また、面ひび割れの進行過程を無視する。一方、横ひび割れに関しては、図の1点鎖線のように多くのひび割れの進行過程が考えられる。調査時点 τ_A, τ_B において、横ひび割れの進行過程を表すサンプルパス (例えば、サンプルパス α) が、実線より上側に位置すれば、縦ひび割れが代表的なひび割れタイプとして選択される。しかし、サンプルパス β のように、下方に位置している場合、横ひび割れが代表的なひび割れタイプとして選択される。いずれのひび割れタイプが代表的なひび割れタイプとして選択されるかは、各タイプのひび割れ進行過程の競合の結果として求まる。しかし、時間の経過により、ひび割れ過程が推移していくため、ひび割れタイプ間の競合関係が時間とともに変化していく。その結果、隠れたタイプのひび割れに関する情報が、系統的に欠損するというサンプル

ル選択バイアスの生成メカニズムも時間とともに変化していく。したがって、路面性状測定結果に基づいて、各ひび割れタイプの供用性曲線を求める場合、動的サンプル選択バイアスを考慮に入れた推計方法を開発することが必要となる。ここで、路面性状測定において、隠れたタイプのひび割れの損傷度に関する情報がまったく得られないわけではないことに留意する必要がある。隠れたタイプのひび割れに関しても、「その損傷度は、代表的なひび割れタイプとして選択されたひび割れの損傷度より大きくない」という部分的な情報を獲得することができる。本研究で提案する競合的劣化ハザードモデルを用いることにより、隠れたタイプのひび割れに関しても、上述のような部分情報を積極的に活用することで、動的サンプル選択バイアスの問題を解消することが可能となる。その結果、路面性状測定により代表的なひび割れタイプの記録のみを用いて、各タイプのひび割れ進行過程を表す供用性曲線を獲得することが可能となる。

3. 競合的劣化ハザードモデル

(1) 競合的推移確率

いま、カレンダー時間軸上の時刻 τ_0 を起点 $y = 0$ とするサンプル時間軸を考える。初期時刻 τ_0 において、舗装の補修が実施され、劣化状態が初期状態 $(0, 0)$ に更新される。初期時刻を起点として、舗装の劣化が進展すると考える。サンプル時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時間軸上の時刻とは区別する。2つの時点 y と $y+z$ を考える。2つの時点間の時間間隔を z と表す。2つの時点間における舗装状態の不確実な進展状況を状態間推移確率で表現する。時点 y で測定したひび割れ状態を状態変数 $h(y) = (i, l)$ ($i = 0, \dots, I; l = 0, \dots, L$)を用いて表そう。状態間推移確率は、時点 y で測定された劣化状態 $h(y) = (i, l)$ を与件とし、つぎの時点 $y+z$ において劣化状態 $h(y+z) = (j, m)$ ($j = 0, \dots, I; m = 0, \dots, L$)が選択される条件付確率 (以下、競合的推移確率と呼ぶ) を用いて定義できる。すなわち、

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[h(y+z) = (j, m) | h(y) = (i, l)] \\ &= \frac{\text{Prob}[h(y+z) = (j, m), h(y) = (i, l)]}{\text{Prob}[h(y) = (i, l)]} \\ &= \pi_{i,j,m}(y, z) \end{aligned} \quad (1)$$

と表せる。競合的推移確率 $\pi_{i,j,m}(y, z)$ は、推移確率が定義される時間間隔 z だけでなく、初期時点からの経過時間 y にも依存している。すなわち、代表的なひび割れタイプの情報のみを用いて定義される競合的推移確率には、**2. (4)**で言及したような動的システム選択バイアスが発生する。さらに、**3. (4)**で議論するように、競合的推移確率は、マルコフ性を満足していない。この

ような推移確率をすべての劣化状態ペア (i, l, j, m) に対して求めれば、競合的推移確率行列

$$\Pi(y, z) = \begin{pmatrix} \pi_{00}(y, z) & \cdots & \pi_{0I}(y, z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o} & \cdots & \pi_{II}(y, z) \end{pmatrix} \quad (2)$$

を定義できる。ただし、 \mathbf{o} は0要素行列、 $\pi_{ij}(y, z)$ ($i, j = 0, \dots, I$)はブロック行列であり、

$$\begin{aligned} \pi_{00}(y, z) &= \pi_{00,00}(y, z) \\ \pi_{0j}(y, z) &= (\pi_{00,j1}(y, z) \quad \cdots \quad \pi_{00,jL}(y, z)) \\ \pi_{ij}(y, z) &= \begin{pmatrix} \pi_{i1,j1}(y, z) & \cdots & \pi_{i1,jL}(y, z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{iL,j1}(y, z) & \cdots & \pi_{iL,jL}(y, z) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

と表される。競合的推移確率(2)は、2つの時点 $t, t+1$ の間において生じる劣化状態間の推移確率を示したものである。当然のことながら、対象とする測定間隔が異なれば、推移確率の値は変化する。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{i,j,m}(y, z) = 0$ ($i > j$)が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \sum_{m=0}^L \pi_{i,j,m}(y, z) = 1$ が成立する。すなわち、競合的推移確率に関して

$$\left. \begin{aligned} \pi_{i,j,m}(y, z) &\geq 0 \\ \pi_{i,j,m}(y, z) &= 0 \quad (i > j \text{の時}) \\ \sum_{j=i}^I \sum_{m=0}^L \pi_{i,j,m}(y, z) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

が成立しなければならない。状態 (I, m) ($m = 1, \dots, L$)に関しては、補修のない限り、 $\pi_{I,m,I,m}(y, z) = 1$ が成立すると考える。

(2) 多段階指数劣化ハザードモデル

競合的劣化ハザードモデルは、各道路区間において複数のタイプのひび割れが相互に独立して発展するが、その中で劣化状態が一番進行したひび割れタイプが、当該区間における代表的なひび割れタイプとして選択されるメカニズムを記述している。個々のタイプのひび割れ進行過程が、初期時点からの経過時間に依存しない斉次マルコフ過程に従う場合でも、複数の劣化過程の競合の結果として記録されるひび割れ過程は斉次性を満足しない。本節では、ある特定のタイプのひび割れ進行過程のみに着目し、ひび割れ進行過程を多段階指数劣化ハザードモデルを用いて表現する。競合的劣化ハザードモデルは、多段階指数劣化ハザードモデルを用いて表現されるタイプ別のひび割れ進行過程のうち、もっとも劣化が進行したひび割れタイプのみが、代表的なひび割れタイプとして選択されるメカニズムとして表現される。

各タイプごとのひび割れ進行過程を、多段階指数劣化ハザードモデル⁷⁾を用いて表現する。ここでは、読者の便宜を図るため、多段階指数劣化ハザードモデルを簡単

に紹介しておく。いま、ひび割れタイプ l ($l = 1, \dots, L$) の中から1つのひび割れタイプ l^* のみに着目する。タイプ l^* のひび割れ進行過程に着目すれば、ひび割れ過程の進行により、劣化状態は $(0, 0) \rightarrow (1, l^*) \rightarrow \dots \rightarrow (I, l^*)$ と推移する。いま、劣化状態 (i, l^*) から、劣化状態 $(i+1, l^*)$ に進行する推移強度を θ_{il^*} と表す。ただし、初期状態 $(0, 0)$ から $(1, l^*)$ への推移強度は θ_{0l^*} で表現される。劣化状態 (i, l^*) ($i = 0, \dots, I-1$) の寿命を確率変数 ζ_{il^*} で表す。劣化状態 (i, l^*) の寿命 ζ_{il^*} が、確率密度関数 $f_{il^*}(\zeta_{il^*})$ 、分布関数 $F_{il^*}(\zeta_{il^*})$ に従うと仮定する。時点 t における劣化状態が (i, l^*) であり、そこから時間 z_{il^*} が経過した時点 $t+1$ で劣化状態 (i, l^*) が終了する確率密度をハザード関数 $\lambda_{il^*}(z_{il^*})$ を用いて表現する。この時、ハザード関数は、供用時間 z_{il^*} まで劣化状態が (i, l^*) のまま継続する生存確率 $\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})$ を用いて、

$$\lambda_{il^*}(z_{il^*})\Delta z_{il^*} = \frac{f_{il^*}(z_{il^*})\Delta z_{il^*}}{\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})} \quad (4)$$

と表せる。すなわち、ハザード関数 $\lambda_{il^*}(z_{il^*})$ は、初期時点から時間 z_{il^*} が経過するまで劣化状態 (i, l^*) の状態が継続したという条件の下で、微小期間 $[z_{il^*}, z_{il^*} + \Delta z_{il^*})$ 中に劣化状態 (i, l^*) が終了する条件付確率である。ハザード関数が経過時間 z_{il^*} に依存せず、常に一定値 $\theta_{il^*} > 0$ をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_{il^*}(z_{il^*}) = \theta_{il^*} \quad (5)$$

が成立する。指数ハザード関数(5)を用いることにより、タイプ l^* のひび割れ進行過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現することが可能となる。式(4)より、

$$\begin{aligned} \lambda_{il^*}(z_{il^*}) &= \frac{f_{il^*}(z_{il^*})}{\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})} = -\frac{d\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})}{\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})} \\ &= \frac{d}{dz_{il^*}} \left\{ -\log \tilde{F}_{il^*}(z_{il^*}) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

と変形できる。ここで、 $\tilde{F}_{il^*}(0) = 1 - F_{il^*}(0) = 1$ を考慮し、式(6)を積分すれば

$$\begin{aligned} \int_0^{z_{il^*}} \lambda_{il^*}(u) du &= \left[-\log \tilde{F}_{il^*}(u) \right]_0^{z_{il^*}} \\ &= -\log \tilde{F}_{il^*}(z_{il^*}) \end{aligned} \quad (7)$$

を得る。ハザード関数 $\lambda_{il^*}(z_{il^*}) = \theta_{il^*}$ を用いれば、劣化状態 (i, l^*) の寿命が z_{il^*} 以上となる確率 $\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})$ は

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{il^*}(z_{il^*}) &= \exp \left\{ -\int_0^{z_{il^*}} \lambda_{il^*}(u) du \right\} \\ &= \exp(-\theta_{il^*} z_{il^*}) \end{aligned} \quad (8)$$

と表される。すなわち、指数ハザードモデルが得られる。また、式(8)より、劣化状態 (i, l^*) の寿命分布を表す確率密度関数 $f_{il^*}(z_{il^*})$ は次式で示される。

$$f_{il^*}(z_{il^*}) = \theta_{il^*} \exp(-\theta_{il^*} z_{il^*}) \quad (9)$$

いま、サンプル時間軸上の時点 $\tau_A = y$ と $\tau_B = y + z$ に測定が実施される場合を考える。さらに、時点 $\tau_1 (\leq \tau_A)$ に劣化状態 (i, l^*) に進行し、測定時点 τ_A まで劣化状態 (i, l^*) が継続した場合を考える。すなわち、時点 τ_A における測定で、劣化状態が (i, l^*) であることが判明したとする。この時、時点 τ_A で、劣化状態が (i, l^*) であったという条件の下で、さらに時点 τ_A から追加的に $z_{il^*} (\geq 0)$ 以上にわたって劣化状態 (i, l^*) が継続する確率 $\tilde{F}_{il^*}(\tau_A + z_{il^*} | \zeta_{il^*} \geq \tau_A)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{il^*}(\tau_A + z_{il^*} | \zeta_{il^*} \geq \tau_A) \\ = \text{Prob}\{\zeta_{il^*} \geq \tau_A + z_{il^*} | \zeta_{il^*} \geq \tau_A\} \end{aligned} \quad (10)$$

と定義できる。確率 $\tilde{F}_{il^*}(z_{il^*})$ の定義より、

$$\frac{\text{Prob}\{\zeta_{il^*} \geq \tau_A + z_{il^*}\}}{\text{Prob}\{\zeta_{il^*} \geq \tau_A\}} = \frac{\tilde{F}_{il^*}(\tau_A + z_{il^*})}{\tilde{F}_{il^*}(\tau_A)} \quad (11)$$

が成立する。式(8)より、上式の右辺は

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{F}_{il^*}(\tau_A + z_{il^*})}{\tilde{F}_{il^*}(\tau_A)} &= \frac{\exp\{-\theta_{il^*}(\tau_A + z_{il^*})\}}{\exp(-\theta_{il^*}\tau_A)} \\ &= \exp(-\theta_{il^*} z_{il^*}) \end{aligned} \quad (12)$$

と変形できる。すなわち、測定時点 τ_A において劣化状態が (i, l^*) であり、次の測定時点 $\tau_B = \tau_A + z$ においても劣化状態が (i, l^*) に留まる確率は

$$\begin{aligned} p_{ii}^{l^*}(z) &= \text{Prob}[h(\tau_B) = (i, l^*) | h(\tau_A) = (i, l^*)] \\ &= \exp(-\theta_{il^*} z) \end{aligned} \quad (13)$$

と表される。ただし、 z は2つの測定時点の間隔を表す。つぎに、測定時点 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間で、タイプ l^* のひび割れの損傷度が i から j ($j > i$) に進行する推移確率 $p_{ij}^{l^*}(z)$ は、

$$\begin{aligned} p_{ij}^{l^*}(z) &= \text{Prob}[h(\tau_B) = (j, l^*) | h(\tau_A) = (i, l^*)] \\ &= \sum_{k=i}^j \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_{ml^*}}{\theta_{ml^*} - \theta_{kl^*}} \\ &\quad \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_{ml^*}}{\theta_{(m+1)l^*} - \theta_{kl^*}} \exp(-\theta_{kl^*} z) \\ &\quad (i = 0, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I) \end{aligned} \quad (14)$$

と表すことができる⁷⁾。ただし、表記上の規則として、

$$\begin{cases} \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_{ml^*}}{\theta_{ml^*} - \theta_{kl^*}} = 1 & (k \leq i+1 \text{ の時}) \\ \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_{ml^*}}{\theta_{(m+1)l^*} - \theta_{kl^*}} = 1 & (k \geq j \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える。また、 $p_{iI}^{l^*}(z)$ に関してはマルコフ推移確率の条件より次式が成立する。

$$p_{iI}^{l^*}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} p_{ij}^{l^*}(z) \quad (i = 0, \dots, I-1) \quad (15)$$

以上のように、タイプごとのひび割れ進行過程を表現した推移確率 $p_{ij}^{l^*}(z)$ ($i = 0, \dots, I-1; j = 0, \dots, I; l^* = 0, \dots, L$) を、以下ではタイプ別マルコフ推移確率と呼ぶ。タイプ別マルコフ推移確率は、推移確率が定義さ

れる時間間隔 z のみに依存しており、斉次マルコフ推移確率になっている。

ハザード率 θ_{il} を用いれば、タイプ l 、損傷度 i のひび割れが発生した時点から、タイプ l のひび割れが進行し、損傷度 $i+1$ に進むまでの期待期間長 RMD_{il} ($i = 1, \dots, I-1; l = 1, \dots, L$) は、

$$RMD_{il} = \int_0^{\infty} \tilde{F}_{il}(z|\theta_{il}) dz = \theta_{il}^{-1} \quad (16)$$

と表される。したがって、初期時点からタイプ l のひび割れの損傷度が j (> 1) に進行するまでに要する平均的な経過時間 ET_{jl} ($j = 2, \dots, I$) は

$$ET_{jl} = \sum_{i=1}^j \theta_{il}^{-1} \quad (17)$$

と表される。式(17)を用いて、損傷度 j ($j = 1, \dots, I$) と平均的な経過時間 $ET_j(\mathbf{x})$ の関係 (以下、供用性曲線と呼ぶ) を求めることができる。

(3) 競合的劣化ハザードモデルの導出

以上では、ある特定のタイプ l^* のひび割れ進行過程に着目し、その進行過程が多段階指数劣化ハザードモデルで表現されることを示した。つぎに、個々のタイプ n ($n = 1, \dots, L$) のひび割れ進行過程が各々独立に進行すると仮定する。その上で、もっとも劣化が進行したタイプのひび割れ進行過程のみが、記録に残されると考える。この時、複数のタイプのひび割れの中で、当該区間の代表的なひび割れタイプを選択するルールを決定しておく必要がある。本研究では、複数のタイプのひび割れの中で、損傷度がもっとも大きいタイプのひび割れを当該区間の代表的なひび割れタイプと定義する。さらに、複数のタイプのひび割れが、同一の損傷度に位置している場合、舗装マネジメントを実施するうえで、より重要なタイプのひび割れタイプが代表的なひび割れタイプとして選択されると考える。ひび割れタイプを表す状態変数 $n = 1, \dots, L$ が、状態変数の値が大きくなるほど、管理上より深刻なひび割れタイプとなるように序列化されていると考える。いま、着目している道路区間において、タイプ n ($n = 1, \dots, L$) のひび割れの損傷度が、それぞれ i_n ($n = 1, \dots, L$) であると判明している。この場合、その区間の劣化状態として記録される劣化状態 (i, l) は、

$$\begin{cases} i = \max\{i_n \ (n = 1, \dots, L)\} \\ l = \max\{n | i_n = i \ (n = 1, \dots, L)\} \end{cases} \quad (18)$$

として定義できる。複数のタイプのひび割れが発生する場合、選択ルール(18)に従って選択されたタイプのひび割れに関する情報のみが記録される。記録されなかったタイプのひび割れに関しては、そのタイプのひび割れが「代表的なひび割れタイプとして選択されなかった」という情報のみが獲得可能である。したがっ

て、記録されなかったタイプ n のひび割れ進行過程の損傷度 i_n ($n \neq l$) に関して、次式が成立する。

$$\begin{cases} i_n \leq i \ (n = 1, \dots, l-1) \\ i_n < i \ (n = l+1, \dots, L) \end{cases} \quad (19)$$

このように競合的劣化ハザードモデルでは、一部のひび割れ進行過程の情報のみが観測可能である。以上の点に留意しながら、競合的推移確率 $\pi_{il,jm}(y, z)$ ($i, j = 0, \dots, I; l, m = 0, \dots, L$) を、多段階指数劣化ハザードモデルで求めた各タイプのひび割れ進行過程における推移確率(1),(14),(15)を用いて表現する。劣化状態 (i, l) から、劣化状態 $(i+1, l)$ に進行する推移強度を θ_{il} と表そう。ただし、初期状態 $(0, 0)$ からは、劣化状態 $(1, n)$ ($n = 1, \dots, L$) のいずれか1つに推移することができる。したがって、劣化状態 $(0, 0)$ が終了する推移強度は

$$\theta_{00} = \sum_{n=1}^L \theta_{0n} \quad (20)$$

と表せる。時点 $t = \tau_A$ で測定された道路の劣化状態を $h(\tau_A) = (i, l)$ 、 $t = \tau_B$ で測定された道路の劣化状態を $h(\tau_B) = (j, m)$ とする。測定間隔 $z = \tau_B - \tau_A$ の間に劣化状態が (i, l) から (j, m) に推移する確率 $\pi_{il,jm}(y, z)$ は、以下のように定式化できる。

a) $i = j = 0$ のとき

初期状態 $(0, 0)$ は、劣化状態 $(1, n)$ ($n = 1, \dots, L$) のうちの、いずれか1つに推移すれば終了する。初期状態 $(0, 0)$ が終了する推移強度は、式(20)で定義される。したがって、時点 t から、期間長 z にわたって、初期状態 $(0, 0)$ に止まる確率 $\pi_{00,00}(y, z)$ は、

$$\pi_{00,00}(y, z) = \exp\left(-\sum_{n=1}^L \theta_{0n} z\right) \quad (21)$$

と定式化できる。すなわち、競合的推移確率 $\pi_{00,00}(y, z)$ は、時点 t に依存せず、期間長 z のみに依存する。

b) $j \neq 0, l \neq m$ のとき

つぎに、 $j \neq 0, l \neq m$ の場合をとりあげる。この場合、複数のタイプのひび割れ進行過程の中で、代表的なひび割れタイプの劣化事象 (i, l) のみが記録される。2つの測定時点 $\tau_A = y, \tau_B = y + z$ において、劣化状態 $(i, l), (j, m)$ が観測され、異なるタイプのひび割れが記録された場合に着目する。測定時点 τ_A では、舗装の補修が実施されて (劣化状態が $(0, 0)$ に回復して) から、時間 y が経過している。時点 y で測定された劣化状態 $h(y) = (i, l)$ を与件とし、つぎの時点 $y + z$ において劣化状態 $h(y+z) = (j, m)$ ($j = 1, \dots, I; m = 1, \dots, L$) が選択される条件付確率 (以下、競合的推移確率と呼ぶ) は式(1)で定義される。同式を再掲する。

$$\pi_{il,jm}(y, z) = \frac{\text{Prob}[h(y+z) = (j, m), h(y) = (i, l)]}{\text{Prob}[h(y) = (i, l)]} \quad (22)$$

上式の分子は、2つの測定時点において、劣化状態 (i, l) 、かつ (j, m) が生起する確率を表している。これら2つの劣化状態が同時に生起するためには、1) 時点 τ_A において、タイプ l のひび割れが代表 (劣化状態 i) に選ばれ、時点 τ_B において、タイプ l のひび割れ進行過程が代表に選ばれないこと (事象1)、2) 時点 τ_A において、タイプ m のひび割れが代表に選ばれず、時点 τ_B で代表値 (j, m) に選ばれること (事象2)、3) それ以外のタイプのひび割れが、2つの時点において同時に代表に選ばれないこと (事象3)、という3つの排他的な事象が同時に生起しなければならない。

まず、事象1に着目する。時点 τ_A において、タイプ l のひび割れが損傷度 i となる確率は $p_{0i}^l(y)$ と表せる。さらに、時点 τ_B において代表として選ばれないためには、タイプ l の時点 τ_B における損傷度 j_l が

$$\begin{cases} i \leq j_l \leq j & l < m \text{ の時} \\ i \leq j_l < j & l > m \text{ の時} \end{cases} \quad (23)$$

を満足しなければならない。したがって、事象1が生起する確率は

$$P_1(y, z) = p_{0i}^l(y) \sum_{t=i}^{\tilde{j}_l} p_{it}^l(z) \quad (24)$$

と表される。ただし、 $p_{it}^l(z)$ は、タイプ l のひび割れが、期間 z において、損傷度 i から t へ進行する確率であり、多段階指数劣化ハザードモデルを用いて、式(13),(14),(15)のように表現される。また、添え字 \tilde{j}_l は

$$\tilde{j}_l = \begin{cases} j & l < m \\ j-1 & l > m \end{cases} \quad (25)$$

を意味する。

つぎに、事象2に着目する。時点 τ_A において、タイプ m のひび割れの損傷度が代表値 i に選ばれないためには、測定時点 τ_A において、タイプ $m \neq l$ の損傷度が

$$\begin{cases} i_m \leq i & l > m \text{ の時} \\ i_m < i & l < m \text{ の時} \end{cases} \quad (26)$$

を満足しなければならない。その上で、時点 τ_B において、タイプ m のひび割れが損傷度 j に進行する同時生起確率は次式で表される。

$$P_2(y, z) = \sum_{s=0}^{\tilde{i}_m} p_{0s}^m(y) p_{sj}^m(z) \quad (27)$$

最後に、事象3が生起する場合を取り上げる。事象3は、2つの時点 τ_A 、 τ_B において、着目しているタイプ n の劣化パターンが、

$$\begin{cases} i_n \leq i & l > n \text{ の時} \\ i_n < i & l < n \text{ の時} \end{cases} \quad (28a)$$

$$\begin{cases} j_n \leq j & m > n \text{ の時} \\ j_n < j & m < n \text{ の時} \end{cases} \quad (28b)$$

を満足しなければならない。この時、事象3が生起する条件付確率は、

$$P_3(y, z) = \prod_{n=1, \neq l, \neq m}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(y) p_{st}^n(z) \quad (29)$$

と表される。ただし、記号 $\prod_{n=1, \neq l, \neq m}^L$ は、 l と m 以外の n に関する積であることを意味する。したがって、条件付確率(22)の分子は次式で表される。

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[h(y+z) = (j, m), h(y) = (i, l)] \\ &= \left\{ \prod_{n=1, \neq l, \neq m}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(y) p_{st}^n(z) \right\} \\ & \left\{ p_{0i}^l(y) \sum_{t=i}^{\tilde{j}_l} p_{it}^l(z) \right\} \left\{ \sum_{s=0}^{\tilde{i}_m} p_{0s}^m(y) p_{sj}^m(z) \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

つぎに、条件付確率(22)の分母を求める。時点 τ_A において、劣化状態 (i, l) が代表値に選択される確率は

$$\text{Prob}[h(y) = (i, l)] = p_{0i}^l(y) \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} p_{0s}^n(y) \quad (31)$$

と表せる。この時、測定時点 $\tau_A = y$ において、劣化状態 (i, l) が観測された時に、時点 $\tau_B = y+z$ において、劣化状態 (j, m) が観測される競合的推移確率 $\pi_{il, jm}(y, z)$ は、

$$\begin{aligned} \pi_{il, jm}(y, z) &= \left\{ \prod_{n=1, \neq l, \neq m}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(y) p_{st}^n(z) \right\} \\ & \left\{ \sum_{t=i}^{\tilde{j}_l} p_{it}^l(z) \right\} \left\{ \sum_{s=0}^{\tilde{i}_m} p_{0s}^m(y) p_{sj}^m(z) \right\} \\ & \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} p_{0s}^n(y) \right\}^{-1} \quad (32) \end{aligned}$$

と表される。すなわち、競合的推移確率は、前回の補修時点からの経過時間 y にも依存することになる。

c) $j \neq 0, l = m$ のとき

劣化状態 (i, l) 、 (j, m) が観測され、 $l = m$ が成立する場合を考える。このような場合が成立するためには、1) 時点 $\tau_A = y$ において、タイプ l のひび割れの劣化状態が i であり、時点 $\tau_B = y+z$ において、1) タイプ l のひび割れ進行過程において、損傷度が i から j に進行すること (事象1')、2) それ以外のタイプのひび割れが、代表的なひび割れに選ばれないこと (事象2')、という2つの排他的な事象が同時に生起しなければならない。

まず、事象1'に着目する。タイプ l のひび割れ進行過程において、時点 τ_A において損傷度 i の状態から、時点 τ_B に損傷度 j に進行する確率は、多段階指数劣化ハザードモデル(13),(14),(15)を用いて

$$P_{1'}(y, z) = p_{0j}^l(y) p_{ij}^l(z) \quad (33)$$

と表される。つぎに、事象2'が生起する場合を取り上げる。事象2'は、時点 τ_A において、タイプ l 以外の劣化

パターンが、条件(23),(26)を同時に満足する場合に成立する。この時、事象2'が生起する条件付確率は、

$$P_{2'}(y, z) = \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(y) p_{st}^n(z) \quad (34)$$

と表される。一方、時点 $\tau_A = y$ において、 $h(y) = (i, l)$ が代表値に選ばれる確率 $\text{Prob}[h(y) = (i, l)]$ は

$$\text{Prob}[h(y) = (i, l)] = p_{0j}^l(y) \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} p_{0s}^n(y) \quad (35)$$

と表せる。この時、測定時点 τ_A において、劣化状態 (i, l) が観測された時に、時点 τ_B において、劣化状態 (j, l) が観測される競合的推移確率 $\pi_{il,jl}(y, z)$ は、

$$\pi_{il,jl}(y, z) = \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(y) p_{st}^n(z) \right\} p_{ij}^l(z) \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} p_{0s}^n(y) \right\}^{-1} \quad (36)$$

と表される。以上の議論より明らかなように、競合的推移確率 $\pi_{il,jm}(y, z)$ ($i = 1, \dots, I-1; j = i, \dots, I; l, m = 1, \dots, L$)は、タイプ別マルコフ推移確率 $p_{ij}^l(z)$ を用いて表現できる。すなわち、競合的推移確率 $\pi_{il,jm}(z)$ は、タイプ別マルコフ推移確率 $p_{ij}^l(z)$ に関する高次多項式になっている。このため、競合的劣化ハザードモデルを推計する際に、単純な最尤法^{21),22)}を用いることができないという問題が発生する。

(4) 非マルコフ性と状態分布予測

以上で議論したように、タイプ別ひび割れ進行過程はマルコフ連鎖で表現されるが、タイプ別ひび割れ進行過程の競争関係を記述する競合的推移確率はマルコフ性を満足しない。このことを示すために、サンプル時間軸上で間隔 z で並ぶ3つの時点 τ_A, τ_B, τ_C に着目する。時点間の時間間隔を z とし、初期時点から τ_A, τ_B, τ_C までの経過時間を、それぞれ y_A, y_B, y_C と表す。競合的劣化過程がマルコフ性を満足する場合、

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[h(y_C) = (j, m) | h(y_A) = (i, l)] \\ &= \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^i \text{Prob}[h(y_C) = (j, m) | h(y_B) = (k, n)] \\ & \text{Prob}[h(y_B) = (k, n) | h(y_A) = (i, l)] \end{aligned} \quad (37)$$

を満足する。一方、競合的推移確率(32),(36)の定義より明らかなように、時間間隔 z だけでなく初期時点からの経過時間 y にも依存するため、たとえば

$$\pi^{il,jm}(y_A, 2z) = \sum_{k=1}^I \sum_{n=1}^L \pi^{il,kn}(y_A, z) \pi^{kn,jm}(y_B, z) \quad (38)$$

というように、ある長さ $2z$ の期間で定義される競合的推移確率を、それを構成する排他的な2つの長さ z の期間における競合的推移確率の積を用いて定義できない。すなわち、ある任意の期間長 z に対する競合的推移確率は、式(32),(36)を用いて直接求めることが必要となる。

いま、初期時点から y 年経過した時点において劣化状態 (i, l) ($i = 0, \dots, I; l = 0, \dots, L$)が、代表的な劣化状態として観測される確率 $\mathcal{P}_{il}(y)$ は

$$\mathcal{P}_{il}(y) = \left\{ \prod_{n \neq l, i_n=0}^{\tilde{i}_i} p_{0i_n}^n(y) \right\} p_{0i}^l(y) \quad (39)$$

と表される。また、補修時点から y 年経過した時点で、もっとも劣化が進行したタイプの損傷度が i となる確率(以下、最大損傷度確率と呼ぶ) $\mathcal{P}_i(y)$ は

$$\mathcal{P}_i^*(y) = \sum_{l=1}^L \mathcal{P}_{il}(y) \quad (40)$$

となる。また、補修時点から損傷度が j に到達するまでの期待寿命 $ET(j)$ は

$$ET(j) = \int_0^\infty y \sum_{i=0}^{j-1} \mathcal{P}_i^*(y) dy \quad (41)$$

と表される。期待寿命 $ET(j)$ を用いて、ひび割れ過程全体の供用性曲線を求めることができる。

4. 推計方法

(1) MCMC法

伝統的なベイズ統計学²³⁾では、共役な事前分布、事後分布を用いて、統計モデルのパラメータを推計する方法が採用される²⁴⁾。しかし、ハザードモデルの場合、簡単な指数ハザードモデルを用いても、共役事前確率分布が存在しないことが知られている²⁵⁾。共役事前確率分布が存在しない場合、事後分布における基準化定数を解析的に求めることは不可能であり、数値解析により多重積分を求めることが必要となる。このことが、ベイズ統計学をハザード解析へ適用する際に、大きな障害になっていた。しかしながら、近年、マルコフ連鎖モンテカルロ(Markov Chain Monte Carlo : MCMCと略す)法²⁴⁾がベイズ統計学の分野に導入され、多重数値積分により基準化定数を求めなくても、効率的に事後分布を求めることが可能となった。その結果、ベイズ推計法の適用範囲は大幅に拡大したと考えることができる。すでに、MCMC法を用いたベイズ推計法に関して、いくつかの研究が蓄積されている^{24),26)}。代表的なMCMC法として、ギブスサンプリング(Gibbs sampling)法、メトロポリス・ヘイスティングス(Metropolis-Hastings : MHと略す)法等が提案されている²⁴⁾。すでに、貝戸・小林はMCMC法を用いて、マルコフ推移確率を効率的にベイズ推計する方法を提案している¹⁴⁾。しかし、競

合的劣化ハザードモデルの推計では、後述するように、尤度関数が特殊な形をしているため、通常の最尤法やベイズ推計法^{27)–28)}を用いることが困難である。このようなことから、本研究では通常の尤度関数ではなく、尤度関数の完備化^{29)–32)}を行うことにより、MCMC法を用いて競合的劣化ハザードモデルを推計する方法を提案する。

(2) 指数劣化ハザードモデルの特定化

道路舗装のひび割れ状況に関する K 個の定期測定データが得られたと考える。測定サンプル k ($k = 1, \dots, K$) には、2 個の連続する定期測定が実施されたサンプル時間軸上の時点（前回の補修時点からの経過） $\tau_A^k = y^k$ と $\tau_B^k = y^k + z^k$ 、及び 2 つの測定時点において観測された道路舗装の劣化状態 $h(y^k), h(y^k + z^k)$ に関する情報が記述されている。ただし、 z^k は 2 つの測定時点間の時間間隔である。さらに、2 つの測定時点における劣化状態の推移パターンに基づいて、ダミー変数 $\delta_{il,jm}^k$ ($i, j = 0, \dots, I; l, m = 0, \dots, L; k = 1, \dots, K$) を

$$\delta_{il,jm}^k = \begin{cases} 1 & h(y^k) = (i, l) \\ & h(y^k + z^k) = (j, m) \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (42)$$

と定義する。つぎに、舗装のひび割れ劣化速度に影響を及ぼす道路の構造特性や環境特性を表す特性ベクトルを $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \dots, x_M^k)$ と定義する。ただし、 x_m^k ($m = 1, \dots, M$) は道路区間サンプル k の m 番目の特性変数の測定値を表す。定期測定スキームの下で得られる測定サンプル k が有する情報は $\xi^k = (\delta^k, y^k, z^k, \mathbf{x}^k)$ として整理できる。ただし、 $\delta^k = \{\delta_{il,jm}^k : i, j = 0, \dots, I - 1; l, m = 0, \dots, L\}$ はダミー変数ベクトルである。

3. (3) で議論したように、競合的劣化ハザードモデルは、多段階指数劣化ハザードモデルを用いて表現されるタイプ別マルコフ推移確率を用いて表現できる。さらに、3. (2) で述べたように、多段階指数劣化ハザードモデルを用いれば、タイプ別マルコフ推移確率を求めることができる。道路区間サンプル k ($k = 1, \dots, K$) に対して、ひび割れタイプ l ($l = 1, \dots, L$) の損傷度別ハザード率 θ_{il}^k ($i = 0, \dots, I - 1; l = 0, \dots, L; k = 1, \dots, K$) を舗装特性 $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \dots, x_M^k)$ を用いて、

$$\theta_{il}^k = \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{il}^k) \quad (43)$$

と表そう。ただし、 $\boldsymbol{\beta}_{il} = (\beta_{il}^1, \dots, \beta_{il}^M)$ は未知パラメータ β_{il}^m ($m = 1, \dots, M$) の行ベクトルである。記号 l は転置操作を表す。ひび割れタイプ l のマルコフ推移確率 p_{ij}^l は、測定間隔 z^k と道路区間特性 \mathbf{x}^k の関数として表現できる。このことを明示的に表現するために、タイプ別マルコフ推移確率を $p_{ij}^l(z^k, \mathbf{x}^k : \boldsymbol{\beta}_{il})$ と表現する。さらに、競合的推移確率 $\pi_{il,jm}$ を、タイプ別マルコフ

推移確率 $p_{ij}^l(y^k, \mathbf{x}^k : \boldsymbol{\beta}_{il}), p_{ij}^n(z^k, \mathbf{x}^k : \boldsymbol{\beta}_{il})$ ($n \neq l$) の関数として $\pi_{il,jm}(y^k, z^k, \mathbf{x}^k : \boldsymbol{\beta})$ と表す。ただし、 $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_{01}, \dots, \boldsymbol{\beta}_{il}, \dots, \boldsymbol{\beta}_{I-1L})$ である。

(3) 完備化尤度関数の定式化

競合的劣化ハザードモデルでは、測定時点において「もっとも損傷が進行したタイプ」の損傷度のみが記録される。言い換えれば、測定結果に記載されないタイプのひび割れの損傷度（以下、観測されない損傷度と呼ぶ）に関する情報が入手可能でない。競合的劣化ハザードモデルでは、観測されたひび割れタイプだけでなく、観測されないタイプのひび割れに関する推移確率も用いて、推移確率 $\pi_{il,jm}$ が表現される。

K 個の道路区間で観測された測定データ $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \dots, \bar{\xi}^K)$ が観測される同時生起確率（尤度） $\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} : \bar{\xi})$ は、競合的推移確率 $\pi_{il,jm}(y^k, z^k, \mathbf{x}^k : \boldsymbol{\beta})$ を用いて

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} : \bar{\xi}) &= \prod_{i=0}^{I-1} \prod_{l=0}^L \prod_{j=i}^I \prod_{m=0}^L \prod_{k=1}^K \{ \pi_{il,jm}(\bar{y}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) \}^{\delta_{il,jm}^k} \\ &= \prod_{i=0}^{I-1} \prod_{l=0}^L \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \left[\prod_{m=0}^L \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} p_{0s}^n(\bar{y}^k) \right\}^{\delta_{il,jm}^k} \right]^{-1} \\ &\quad \left[\prod_{m=0, \neq l}^L \left\{ \prod_{n=1, \neq l, \neq m}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(\bar{y}^k) p_{st}^n(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il,jm}^k} \right] \\ &\quad \left\{ \sum_{t=i}^{\tilde{j}_l} p_{it}^l(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il,jm}^k} \left\{ \sum_{s=0}^{\tilde{i}_m} p_{0s}^m(\bar{y}^k) p_{sj}^m(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il,jm}^k} \\ &\quad \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s=0}^{\tilde{i}_n} \sum_{t=s}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(\bar{y}^k) p_{st}^n(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il,jl}^k} \{ p_{ij}^l(\bar{z}^k) \}^{\delta_{il,jl}^k} \end{aligned} \quad (44)$$

で表される。ただし、 $p_{ij}^l(\bar{z}^k) = p_{ij}^l(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}_{il})$ である。この時、パラメータ推計問題は、尤度関数 (44) を最大化するようなパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ を求める問題に帰着される。このように、尤度関数 (44) はマルコフ生起確率 $p_{ij}^l(\bar{z}^k)$ に関する高度の多項式となり、最尤法を用いて推計量を求めようとすれば極めて多くの零点解を持つ非線形連立方程式を解かなければならない。さらに、推移確率 $p_{ij}^l(\bar{z}^k)$ の推計値として 0 と 1 の間にある実数解を選択しなければならぬ。最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば、高次の非線形多項式を解く問題を回避できる。しかし、尤度関数 (44) が、極めて多くの項を含んでおり、計算量が膨大になってしまう欠点がある^{28)–32)}。このような最尤法の難点を克服するために、尤度関数の完備化操作が必要となる。そこで、本研究では、測定時点 τ_A^k において、タイプ n の観

測されない損傷度の実現値を、潜在変数 s_n^k を用いて表現する。すなわち、測定時点 τ_A^k において、道路区間 k のタイプ別ひび割れの損傷度は $\mathbf{s}^k = (s_1^k, \dots, s_i^k, \dots, s_L^k)$ と表すことができる。ただし、 i は、道路区間 k で観測されたひび割れ損傷度を表す。潜在変数の値域は

$$\begin{cases} 0 \leq s_n^k \leq i & n < l \text{ の時} \\ 0 \leq s_n^k < i & n > l \text{ の時} \end{cases} \quad (45)$$

と定義される。観測されないタイプの損傷度に関する情報は入手不可能であり、潜在変数ベクトル $\mathbf{s} = (\mathbf{s}^1, \dots, \mathbf{s}^K)$ は観測不可能である。ここでは、かりに潜在変数が測定できたと考え、議論を進める。潜在変数 \mathbf{s} が観測可能な場合、尤度関数 (44) は

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}(\mathbf{s}, \boldsymbol{\beta}; \bar{\boldsymbol{\xi}}) &= \prod_{i=0}^{I-1} \prod_{l=0}^L \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \left[\prod_{m=0}^L \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L p_{0s_n^k}^n(\bar{y}^k) \right\}^{\delta_{il, jm}^k} \right]^{-1} \\ &\quad \prod_{m=0, \neq l}^L \left[\prod_{n=1, \neq l, \neq m}^L \left\{ \sum_{t=s_n^k}^{\tilde{j}_n} p_{s_n^k t}^n(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il, jm}^k} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \sum_{t=i}^{\tilde{j}_i} p_{it}^l(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il, jm}^k} \left\{ p_{s_n^k j}^n(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il, jm}^k} \right] \\ &\quad \left\{ \prod_{n=1, \neq l}^L \sum_{s_n^k=0}^{\tilde{j}_n} \sum_{t=s_n^k}^{\tilde{j}_n} p_{s_n^k t}^n(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il, jl}^k} \left\{ p_{ij}^l(\bar{z}^k) \right\}^{\delta_{il, jl}^k} \quad (46) \end{aligned}$$

と表現できる。以上の操作を完備化 (completion) と言う。完備化された尤度関数 (以下、完備化尤度関数と呼ぶ) (46) は、通常の尤度関数 (44) より大幅に簡略化されていることが理解できる。ただし、完備化尤度関数 (46) の中に含まれる潜在変数 \mathbf{s} は、本来測定されない変数である。そこで、完備化尤度関数 (46) を用いて、潜在変数の確率分布を推計することを考える。完備化尤度関数を展開することにより、潜在変数 \mathbf{s} に関する全条件付事後分布 (full conditional posterior distribution) を導出することができる。ここで、 $\mathbf{s}_{-n}^k = (\mathbf{s}^1, \dots, s_1^k, \dots, s_{n-1}^k, s_{n+1}^k, \dots, s_L^k, \dots, \mathbf{s}^K)$ とすれば、ベイズ法則より $s_n^k = s$ の全条件付事後確率は、次式で表せる。

$$\begin{aligned} &\text{Prob}\{s_n^k = s | \mathbf{s}_{-n}^k, \bar{\boldsymbol{\xi}}; \boldsymbol{\beta}\} \\ &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(s_n^k = s, \mathbf{s}_{-n}^k, \boldsymbol{\beta}; \bar{\boldsymbol{\xi}})}{\sum_{s=0}^{\tilde{j}_n} \tilde{\mathcal{L}}(s_n^k = s, \mathbf{s}_{-n}^k, \boldsymbol{\beta}; \bar{\boldsymbol{\xi}})} \\ &= \frac{p_{0s}^n(\bar{y}^k, \bar{\mathbf{x}}^k; \boldsymbol{\beta}_{0s})}{\sum_{s=0}^{\tilde{j}_n} p_{0s}^n(\bar{y}^k, \bar{\mathbf{x}}^k; \boldsymbol{\beta}_{0s})} \quad (47) \end{aligned}$$

(4) MH法

本研究では代表的なMCMC法であるMH法²⁴⁾を用いて、パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の標本サンプルを事後確率密度関数

から抽出する。MH法では事後分布からのサンプリングが難しい場合に、これを近似するような分布 (提案分布と呼ぶ) からサンプリングを行う。さらに、目標分布と近似分布の差異を修正するステップを含めることにより、目標分布からランダムサンプリングを行う方法である²⁴⁾。本研究ではパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ を酔歩過程MH法を用いてサンプリングする。酔歩過程MH法は推計されるパラメータをある確率密度に従って酔歩させながらサンプリングする方法で、その確率密度が提案密度となる。本研究では各パラメータを平均0の正規分布に従う酔歩過程

$$\beta_{il}^{m(t)} - \beta_{il}^{m(t-1)} \sim \mathcal{N}(0, (\sigma_{il}^m)^2) \quad (48)$$

を用いてサンプリングする。ただし、 t は標本サンプリング回数である。正規分布の分散 $(\sigma_{il}^m)^2$ は、任意に設定できるパラメータである。以下では、酔歩過程MH法を用いたパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ のサンプリング手順を取りまとめる。なお、酔歩過程MH法を用いた計算手順を図-3に一括して整理している。

a) ステップ1 初期値設定

提案分布 (48) の分散パラメータ σ_{il}^m の値を任意に設定する。潜在変数の初期値 $\mathbf{s}^{(0)} = (\mathbf{s}^{(1,0)}, \dots, \mathbf{s}^{(K,0)})$ を設定する。ただし、 $\mathbf{s}^{(k,0)} = (s_1^{(k,0)}, \dots, s_L^{(k,0)})$ であり、潜在変数は制約条件 (45) を満足しなければならない。パラメータ推計量の初期値 $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ を任意に設定する。これらの初期値の影響は、MCMC法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ、次第に薄れていく。サンプリング回数 t を $t=1$ とする。

b) ステップ2 潜在変数 $\mathbf{s}^{(k,t)}$ の標本抽出

潜在変数 $\mathbf{s}^{(k,t-1)}$ およびパラメータ推計量 $\boldsymbol{\beta}^{(t-1)}$ を与件として、新しい潜在変数 $\mathbf{s}^{(k,t)}$ を標本抽出する。そのために、パラメータ推計量 $\boldsymbol{\beta}^{(t-1)}$ を与件として、ひび割れタイプ別マルコフ推移 $p_{ij}^l(\bar{y}^k)$ を定義する。そのうえで、式 (47) を用いて、潜在変数 $\mathbf{s}^{(k,t)}$ を標本抽出する。

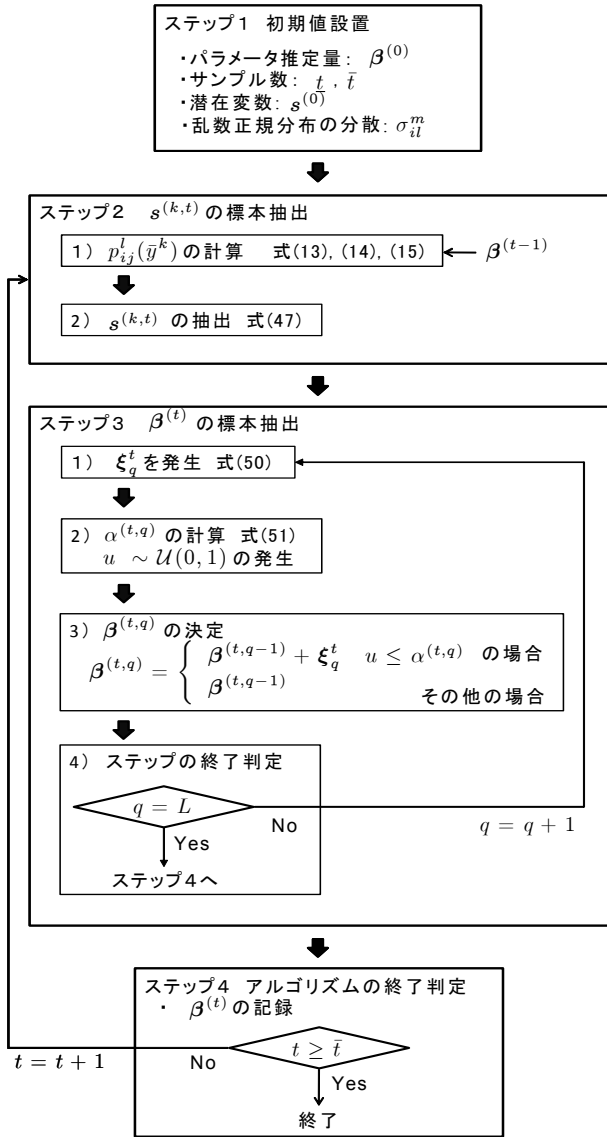
c) ステップ3 パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{(t)}$ の標本抽出

各劣化タイプに対して定義される多段階指数劣化ハザードモデルのパラメータ標本を酔歩過程MH法より抽出する。ここで、パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(t-1)} = (\beta_{00}^{1,(t-1)}, \dots, \beta_{I-1L}^{M,(t-1)})$ の各要素の添え字を再定義し、 $\boldsymbol{\beta}^{(t-1)} = (\beta_1^{(t-1)}, \dots, \beta_J^{(t-1)})$ と書き換える。この時、酔歩過程MH法によるパラメータの標本抽出法は以下のように整理できる。

ステップ3-1 更新された潜在変数ベクトル $\mathbf{s}^{(k,t)}$ 、パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(t-1)}$ を与件とする。

ステップ3-2 サンプリング回数 t 、サブステップ q のパラメータベクトル

$$\boldsymbol{\beta}^{(t,q)} = (\beta_1^{t,q}, \dots, \beta_q^{t,q}, \beta_{q+1}^{t,q-1}, \dots, \beta_J^{t,q-1})' \quad (49)$$



注) 図中の式番号は本文中のものに対応している。

図-3 酔歩過程 MH 法の推計手順

を定義する。また、サブステップ q での酔歩過程におけるステップ幅ベクトル $\xi_q^t = (0, \dots, 0, \xi_q^t, 0, \dots, 0)'$ (第 i 要素のみが値 ξ_q^t をとる列ベクトル) を定義する。酔歩過程の各ステップ幅は平均が 0 の正規分布に従うと仮定しているので、

$$\xi_q^t \sim \mathcal{N}(0, (\sigma_q)^2) \quad (50)$$

が成立する。これらを与件として、以下を計算する。

$$\alpha^{(t,q)} = \min \left[\frac{\tilde{L}(s^{(t)}, \beta^{(t,q)}, \bar{\xi})}{\tilde{L}(s^{(t)}, \beta^{(t,q-1)}, \bar{\xi})}, 1 \right] \quad (51)$$

ただし、 \tilde{L} は完備化尤度関数である。

ステップ 3-3 区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から、一様乱数 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ、 $\beta^{(t,q)}$ を以下

のルールに従い決定する。

$$\beta^{(t,q)} = \begin{cases} \beta^{(t,q)} + \xi_q^t & u \leq \alpha^{(t,q)} \text{ の場合} \\ \beta^{(t,q)} & \text{その他の場合} \end{cases} \quad (52)$$

以上の手続きを $q = 1$ から $q = L$ まで実施する。

d) ステップ 4 パラメータの更新

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\beta^{(t)}$ を記録する。 $t \leq \bar{t}$ の場合、 $t = t + 1$ として、 **ステップ 2** へ戻る。 そうでない場合、 アルゴリズムを終了する。

なお、 以上のアルゴリズムの初期段階においては、 パラメータの初期値設定の影響が残存している。 このため、 シミュレーション回数 t が十分大きな \bar{t} に到達するまでのパラメータ標本を除去することが望ましい。 このため、 MH 法で求めた $\beta^{(t)}$ ($t = \bar{t} + 1, \bar{t} + 2, \dots, \bar{t}$) をパラメータ標本と考える。 以下では、 これらの標本を用いて、 パラメータベクトル β の事後分布に関する各種の統計量を定義する。

(5) 事後分布に関する統計量

MCMC 法により得られた標本を用いて、 パラメータベクトル β に関する統計的性質を分析できる。 MCMC 法を用いた場合、 パラメータの事後確率密度関数 $\pi(\beta|\xi)$ を解析的な関数として表現することはできない。 得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる²⁴⁾。 いま、 MCMC 法で得られた標本を $\beta^{(t)}$ ($t = 1, \dots, \bar{t}$) と表そう。 このうち、 最初の \bar{t} 個の標本は収束過程からの標本と考え、 標本集合から除去する。 その上で、 パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\bar{t} + 1, \dots, \bar{t}\}$ と定義する。 このとき、 パラメータ β の同時確率分布関数 $G(\beta)$ は

$$G(\beta) = \frac{\#\{\beta^{(t)} \leq \beta, t \in \mathcal{M}\}}{\bar{t} - \bar{t}} \quad (53)$$

と表すことができる。 ただし、 $\#\{\beta^{(t)} \leq \beta, t \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\beta^{(t)} \leq \beta, t \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である。 また、 パラメータ β の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\zeta}(\beta)$ 、 分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}(\beta)$ は、 それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}(\beta) &= (\tilde{\zeta}(\beta_1), \dots, \tilde{\zeta}(\beta_J))' \\ &= \left(\sum_{t=\bar{t}+1}^{\bar{t}} \frac{\beta_1^{(t)}}{\bar{t} - \bar{t}}, \dots, \sum_{t=\bar{t}+1}^{\bar{t}} \frac{\beta_J^{(t)}}{\bar{t} - \bar{t}} \right)' \end{aligned} \quad (54a)$$

$$\tilde{\Sigma}(\beta) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_1) & \dots & \tilde{\sigma}(\beta_1\beta_J) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_J\beta_1) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\beta_J) \end{pmatrix} \quad (54b)$$

と表される。 ただし、

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_i) = \sum_{t=\bar{t}+1}^{\bar{t}} \frac{\{\beta_i^{(t)} - \tilde{\zeta}(\beta_i)\}^2}{\bar{t} - \bar{t}} \quad (55a)$$

$$\tilde{\sigma}(\beta_i\beta_j)$$

$$= \sum_{t=\bar{t}+1}^{\bar{t}} \frac{\{\beta_i^{(t)} - \tilde{\zeta}(\beta_i)\}\{\beta_j^{(t)} - \tilde{\zeta}(\beta_j)\}}{\bar{t} - t} \quad (55b)$$

である。また、パラメータ標本を用いて、パラメータ β の信用区間を定義できる。たとえば、パラメータ β の $100(1 - 2\varepsilon)\%$ 信用区間は、標本順序統計量 $\underline{\beta}_j^\varepsilon, \bar{\beta}_j^\varepsilon$ ($j = 1, \dots, J$)

$$\underline{\beta}_j^\varepsilon = \arg \max_{\beta_j^*} \left\{ \frac{\#\{\beta_j^{(t)} \leq \beta_j^*, t \in \mathcal{M}\}}{\bar{t} - t} \leq \varepsilon \right\} \quad (56a)$$

$$\bar{\beta}_j^\varepsilon = \arg \min_{\beta_j^{**}} \left\{ \frac{\#\{\beta_j^{(t)} \geq \beta_j^{**}, t \in \mathcal{M}\}}{\bar{t} - t} \leq \varepsilon \right\} \quad (56b)$$

を用いて $\underline{\beta}_j^\varepsilon < \beta_j < \bar{\beta}_j^\varepsilon$ と定義できる。

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案した競合的劣化ハザードモデルを、東関東自動車道 (区間：湾岸市川IC - 成田IC) において過去13年間 (1992年~2004年) に実施された路面性状測定結果に適用する。対象とするデータベースは、測定データと補修履歴データから構成されており、2年、もしくは3年間隔で測定が実施されている。また、データベースには、対象区間における補修履歴も記載されている。対象とする高速道路区間は全区間長が44.9kmであり、合計8個の部分区間により構成される。同区間では、大型車の利用が多く、重交通区間 (1方向あたり1日5,000台以上10,000台未満) に分類される部分区間と、超重交通区間 (1方向あたり1日10,000台以上) に指定されている部分区間が4箇所ずつ存在しており、車線構成は片側3車線である。舗装種別はアスファルト密粒舗装であり、バインダ種別は基本的にストアス、もしくは改質II型である。同区間で実施された路面性状測定の結果は、ひび割れの状態を、0から9までの整数値 (レーティング) で評価している。これらのレーティングは、3つのひび割れのタイプ (縦ひび割れ・横ひび割れ・面ひび割れ) と各タイプに対する3つの損傷度 (劣化の進行度) の組み合わせに対応している。本研究では、ひび割れの状態を、表-2に示すようなひび割れのタイプと、タイプ別損傷度の組み合わせにより表現した。同表には、路面性状測定における評価結果との対応関係も示している。なお、本研究ではデータベースの整備状態より、東関東自動車道の中でも限られた区間のみを対象とした実証分析を実施せざるを得ない。当然のことながら、ひび割れ過程に影響を及ぼす要因を分析

劣化状態	物理的な意味	
0,0 (0)	新設状態	
1,1 (1)	縦ひび割れ (小規模)	
2,1 (2)		(中規模)
3,1 (3)		(大規模)
1,2 (4)	横ひび割れ (小規模)	
2,2 (5)		(中規模)
3,2 (6)		(大規模)
1,3 (7)	面ひび割れ (小規模)	
2,3 (8)		(中規模)
3,3 (9)		(大規模)

注) 劣化状態の括弧内の数字は、路面性状測定時における評価結果を表している。

するためには、より広範囲の路線を対象として、ひび割れ過程を分析することが望ましいことはいうまでもない。

高速道路における路面性状測定では、各路線の100mを1セクションとして、セクション毎にひび割れに対する損傷度評価が行われる。1つのセクションに複数のひび割れが存在する場合には、発見されたひび割れの中で、もっとも劣化が進行したひび割れが選択され、当該セクションの代表的なひび割れとしてデータベースに記載される。このため、任意の時点の路面性状測定時点と、次の測定時点の間に、セクションを代表するひび割れが変化し、データベースには異なるひび割れの情報が記載されることがある。本データベースから、直近の補修履歴が存在し、かつ、過去2回以上路面性状測定が実施された区間を抽出し、劣化状態 (ひび割れのタイプと損傷度) の推移状況に関するサンプルデータを作成した。この場合、隣り合う2つの時点における劣化状態に関するデータの組を1つのサンプルデータとする。したがって、過去 n 回路面性状測定が実施されている区間では、 $n - 1$ 個のサンプルを獲得することができる。ただし、測定誤差などの理由により、損傷度が前回よりも回復しているサンプルが若干存在するが、このようなサンプルはデータベースから削除した。その結果、競合マルコフ劣化ハザードモデルの推計のために利用可能なサンプル数 K は合計2,751個となった。なお、このような測定誤差に起因する推計バイアスを回避するためには、隠れマルコフモデルを用いた推計方法³³⁾を開発することが必要となる。この問題に関しては、今後の課題としたい。

(2) 劣化パターンの設定

適用事例では、各タイプのひび割れの状態を表-2に示す状態変数を用いて表現する。測定時点 τ_A の劣化状態を (i, l) 、測定時点 τ_B の劣化状態を (j, m) と表す。測定間隔を z とする。劣化状態 (3,3) は吸収状態であり $\pi_{33,33} = 1$ が成立する。つぎに、測定時点 τ_A における損傷度が

$i = 2$, すなわち劣化状態が $(2, l)$ ($l = 1, 2, 3$) である場合に着目する. この場合, 測定時点 τ_A と τ_B の間における状態推移確率として 1) 劣化状態 $(\pi_{2l,2l})$ に留まる場合, 2) 損傷度 2 において他の劣化状態に推移する場合 $(\pi_{2l,2m} (m = l + 1, \dots, 3))$, 3) 損傷度 2 から損傷度 3 に推移する場合 $(\pi_{2l,3m} (m = 1, 2, 3))$ が考えられる. さらに, 測定時点 τ_A における損傷度が $i = 1$ の場合, 測定時点 τ_A と τ_B の間における状態推移確率として 1) 劣化状態 $(\pi_{1l,1l})$ に留まる場合, 2) 損傷度 1 において他の劣化状態に推移する場合 $(\pi_{1l,1m} (m = l + 1, \dots, 3))$, 3) 損傷度 1 から損傷度 2 に推移する場合 $(\pi_{1l,2m} (m = 1, 2, 3))$, 4) 損傷度 1 から損傷度 3 に推移する場合 $(\pi_{1l,3m} (m = 1, 2, 3))$ が存在する. 最後に, 時点 τ_A における劣化状態が $(0, 0)$ の場合, 1) 損傷度 0 に留まる場合 $(\pi_{00,00})$, 2) 損傷度 0 から損傷度 1 に推移する場合 $(\pi_{00,1m} (m = 1, 2, 3))$, 3) 損傷度 0 から損傷度 2 に推移する場合 $(\pi_{00,2m} (m = 1, 2, 3))$, 4) 損傷度 0 から損傷度 3 に推移する場合 $(\pi_{00,3m} (m = 1, 2, 3))$ が存在する. 各サンプルデータには, 直近の補修時点と, 連続した 2 つの測定時点における前の劣化状態 (i, l) , 後の劣化状態 (j, m) に関するデータが記載されている. 本研究では直近の補修時点と, 連続する 2 つの測定時点の劣化状態の間の推移パターンを 1 つのサンプルとして用いることとした.

(3) 推計結果

ひび割れの状態は, 表-2 に示したような 10 個の状態変数を用いて表現することができる. このうち, 各ひび割れタイプの終局状態である $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$ を除いた合計 7 つの劣化状態に対して, それぞれ劣化ハザードモデルを定義することができる. サンプル k の劣化状態 (i, l) における劣化ハザードモデルは,

$$\theta_{00}^k = \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^2 \beta_{0n}^m x_m^k \quad (57a)$$

$$\theta_{in}^k = \sum_{m=1}^2 \beta_{in}^m x_m^k \quad (57b)$$

$$(i = 1, 2; n = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 2751)$$

と表せる. このように劣化ハザードモデルを特定化すれば, 7 つの劣化状態のそれぞれに対して推移強度が存在する. したがって, 合計 7 個の推移強度モデル (43) を推計することが必要となる. 推移強度モデルの説明変数として, 定数項, 車種別交通量, 舗装特性, 道路構造特性, 車線, 勾配, 気温等の自然条件等を考えることができる. しかし, 本データベースでは, 東関東自動車道という単一路線を対象としているため, 本来ひび割れの進行に影響を及ぼす舗装特性, 勾配, 自然条件に関する情報は, 対象とするセクションごとに同一

表-3 パラメータの推計結果

劣化状態 (i, l)	β_{il}^1	β_{il}^2
(0,1)	-2.705 (-2.795, -2.623)	-
(1,1)	-1.878 (-2.082, -1.697)	-
(2,1)	-0.572 (-0.895, -0.278)	-
(0,2)	-2.299 (-2.417, -2.186)	0.284 (0.196, 0.433)
(1,2)	-1.560 (-1.831, -1.360)	0.720 (0.509, 1.037)
(2,2)	0.227 (0.0886, 0.364)	-
(0,3)	-5.830 (-6.233, -5.508)	-
(1,3)	-1.367 (-2.242, -0.565)	-

注) 劣化状態 $(0, l)$ ($l = 1, 2, 3$) の行は劣化状態 $(0, 0)$ から, 劣化状態 $(1, l)$ ($l = 1, 2, 3$) に推移する場合のハザード率 θ_{0l} を, それ以外の行はハザード率 θ_{il} と対応している. 括弧内は有意水準 95% に対応する信用区間の下限値と上限値を表している. また, 吸収状態についてはハザード率が 0 となる. 同表では, 吸収状態のハザード率を記述していない. なお, 面ひび割れの損傷度 3 についてはサンプルが存在しなかったため, $(2,3)$ においては推計パラメータが存在しない.

の値をとる. このため, これらの変数は推移強度モデルの説明変数にとりあげられていない. むしろ, その効果は定数項に集約的に表現されていると考えることができる. 以上の状況を考慮して, 競合的劣化ハザードモデルの推計に用いる説明変数として, 道路構造特性, 大型自動車交通量を取りあげた. ベイズ推計には推計パラメータの収束判定方法は存在するものの, パラメータの有意性を評価する簡便な指標が存在しないという問題がある. そこで, 本研究では, 説明変数の選定に際して, 各説明変数の説明力を尤度比検定統計量を用いて定量的な評価を行った. 本来, 尤度比検定は最尤推計法において用いられる検定法である. しかし, 本研究で用いた酔歩過程 MH 法は, そのアルゴリズムが, 最尤法で用いられるパターン法²²⁾と類似している. そのため, 酔歩過程 MH 法による発生サンプルから求めた尤度の平均値に対して, 尤度比検定を行うこととした. 尤度比 $R(\hat{\beta}_{-m})$ ($m = 1, \dots, I$) は次式で求めることができる.

$$R(\hat{\beta}_{-m}) = 2\{\ln \mathcal{L}(\hat{\beta}) - \ln \mathcal{L}(\hat{\beta}_{-m})\} \quad (58)$$

ここで, $\hat{\beta}_{-m}$ は, パラメータの平均値ベクトル $\hat{\beta}$ に対して, 第 m 要素 $\hat{\beta}_m$ を 0 に置換したベクトルである. $|R(\hat{\beta}_{-m})| \geq 3.48$ が成立する場合, 有意水準 5% で帰無仮説 $\beta_m = 0$ を棄却することができる. 尤度比検定を行った結果, 大型自動車交通量に関しては推計パラメータが有意とならなかった. これは, 今回の対象区間は重

表-4 レーティング期待寿命

劣化状態	$E[\theta_{il}]$	$E[RMD_{il}^k]$ (年)
(0,1)	0.067	14.955
(1,1)	0.153	6.538
(2,1)	0.564	1.772
(0,2)	0.126	7.944
(1,2)	0.373	2.685
(2,2)	1.255	0.797
(0,3)	0.003	-
(1,3)	0.255	3.925
(2,3)	-	-

注) 各劣化現象において損傷度3はマルコフ連鎖の吸収状態であり、ハザード率、期待寿命は定義されない。なお、面ひび割れの損傷度3については観測サンプルが存在しなかったため、面ひび割れの損傷度2においてもハザード率、期待寿命は定義されない。

交通区間もしくは超重交通区間に指定されており、各サンプルの大型自動車交通量に大きな差異がないことに起因すると考えられる。当然のことながら、分析対象とする路線が異なれば、採用すべき説明変数も変わりうる。その意味において、今回のケースで採用した説明変数を用いて推計した競合的劣化ハザードモデルは、分析対象としてとりあげた対象区間においてのみ適用可能であることは言うまでもない。

以上のプロセスを経て推計した結果を表-3に示している。表-3の各劣化状態に対応する第2行には、式(56a),(56b)を用いて算定した有意水準95%に対応する信用区間の下限値と上限値を示している。下限値と上限値を用いて定義される信用区間の中にパラメータ値0が含まれておらず、有意水準95%でパラメータ値は0でないと判断できる。説明変数 $x_1^k = 1$ は恒常的に値1をとり、 β_{in}^1 は定数項を表す。また、 x_2^k は

$$x_2^k = \begin{cases} 0 & \text{土工部の場合} \\ 1 & \text{橋梁部の場合} \end{cases} \quad (59)$$

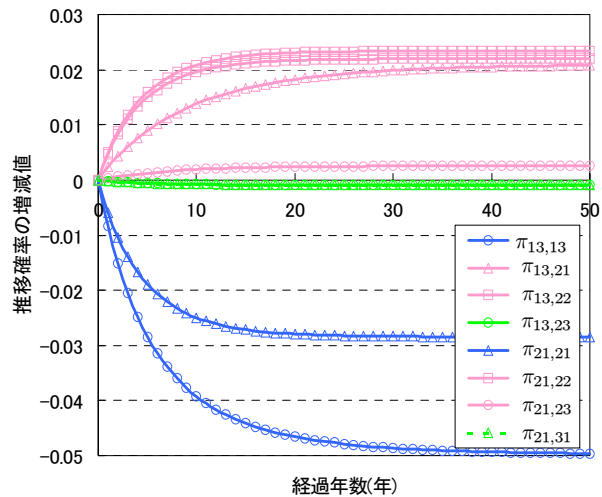
という値をとるダミー変数である。劣化状態 $(i,l) = (1,1), (2,1), (2,2), (1,3)$ においては、推移強度モデルは定数項のみで構成される。なお、本適用事例で用いた観測データにおいては、面ひび割れの損傷度3が観測されていなかったため、劣化状態 $(2,3)$ におけるハザード率が推計されていない。以上の推計結果より、構造特性は横ひび割れにのみ影響を及ぼすことが理解できる。具体的には、 θ_{01}, θ_{12} に対する構造特性のパラメータ $\beta_{02}^2, \beta_{12}^2$ が、それぞれ 0.284, 0.720 となっている。このことより、土工部では橋梁部に比べて横ひび割れの進行が早いことが理解できる。しかし、これは初期から中期のひび割れに対してのみ当てはまり、劣化の終盤においては構造特性は影響しない。

つぎに、推計されたパラメータを用いて式(57b)より各劣化状態のハザード率の期待値と期待寿命を算出し

表-5 ひび割れタイプ別推移確率行列 (平均化操作後)

ひび割れタイプ	縦ひび割れ			
	0	1	2	3
0	0.935	0.060	0.004	0.001
1	0.0	0.858	0.108	0.034
2	0.0	0.0	0.569	0.431
3	0.0	0.0	0.0	1.0
ひび割れタイプ	横ひび割れ			
	0	1	2	3
0	0.882	0.098	0.013	0.007
1	0.0	0.689	0.170	0.141
2	0.0	0.0	0.285	0.715
3	0.0	0.0	0.0	1.0
ひび割れタイプ	面ひび割れ			
	0	1	2	3
0	0.997	0.003	0.000	0.000
1	0.0	0.775	0.225	0.000
2	0.0	0.0	0.997	0.003
3	0.0	0.0	0.0	1.0

注) 推移行列は、1年間の間に生起する状態推移確率を示している。ここでは、平均操作を行い、当該路線の平均的なひび割れ発生、推移確率を求めている。



注) 縦軸は各競合的推移確率の初年度からの変化量を表している。初年度の競合的推移確率は表-7に示すとおりである。また、横軸は初期時点からの経過年数を表している。

図-4 各推移確率の経年変化

た。その結果を、表-4に示している。これより、縦ひび割れと横ひび割れに関しては、損傷度が大きくなるにつれて、ひび割れの進行速度が加速されることが理解できる。さらに、横ひび割れの方が、発生までの期間長やひび割れが発生してからの期待寿命が短いという結果になっている。また、面ひび割れに関しては、ひび割れが健全な状態から損傷度1に進行した場合に該当するサンプルが極めて少ないため、期待寿命を推計することが困難である。このことは、分析対象とした道路区間においては、面ひび割れが発生する以前の段階で、舗装の補修が実施されており、面ひび割れがほとんど観察されていないことに起因している。

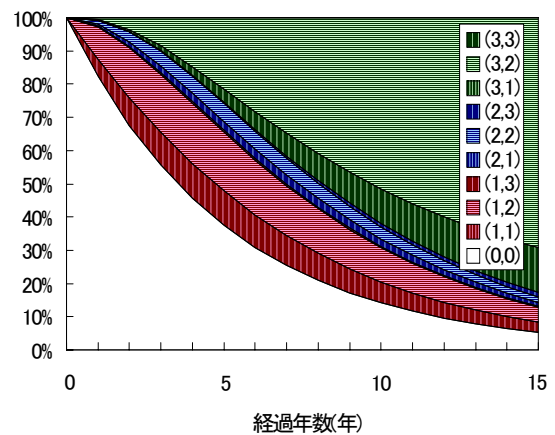
表-6 競合的推移確率行列の推計結果 (平均化操作後)

劣化状態	(0,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
(0,0)	0.822	0.053	0.098	0.003	0.004	0.013	0.000	0.001	0.006	0.000
(1,1)	0.0	0.755	0.084	0.002	0.105	0.013	0.000	0.034	0.006	0.000
(1,2)	0.0	0.0	0.678	0.002	0.007	0.170	0.000	0.002	0.140	0.000
(1,3)	0.0	0.0	0.0	0.728	0.008	0.023	0.219	0.003	0.020	0.000
(2,1)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.541	0.017	0.001	0.422	0.020	0.000
(2,2)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.284	0.000	0.001	0.715	0.000
(2,3)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.963	0.004	0.029	0.003
(3,1)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.971	0.029	0.000
(3,2)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.000	0.000
(3,3)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0

注) 補修直後の1年間の間に生起する競合的推移確率を示している。ここでは、平均操作を行い、当該路線の平均的なひび割れ発生、推移確率を求めている。

(4) 分析結果

競合的劣化ハザードモデルを用いて、競合的推移確率行列を求めよう。本研究で提案したハザードモデルは、説明変数の組み合わせごとにハザード率を定義できる。言い換えれば、道路特性別の競合的推移確率を推計することができる。さらに、競合的劣化ハザードモデルでは非斉次の推移確率を用いているため、直近の補修時点からの経過年数に応じて、より詳細な推移確率の推計が可能である。まず、すべての道路区間に対して平均化操作を施した平均的なハザード率を用いて、ひび割れタイプ別の劣化状態の推移確率を求めた。その結果を表-5に示している。ひび割れタイプ別の劣化過程は、多段階指数劣化ハザードモデルで表現されており、同表に示す推移確率はマルコフ性を満足している。さらに、以上で定義した平均的ハザード率と式(21),(32),(36)を用いて求めた競合的推移確率行列を表-6に示している。競合的推移確率はマルコフ性を満足しておらず、直近の補修時刻からの経過時間により推移確率行列が変化する。表-6に例示した競合的推移確率は、補修時刻から最初の1年間において生起する競合的推移確率を表している。補修直後の1年間を対象としているため、比較的軽微な損傷度間の推移確率が大きい値を示している。さらに、図-4は、競合的推移確率の経年変化を示したものである。同図は、横軸に示す期間が経過した時点における1年間隔の推移確率と初年度からの1年間における推移確率の差が、経過時間によってどのように変化するかを示している。まず、青色の線は同一の劣化状態に留まる推移確率の変化量を示している。これより、同一の劣化状態に留まる確率は経過年数に伴って次第に減少し、定常状態に収束していることがわかる。つぎに、緑色の線は同一のひび割れタイプ間の推移確率の変化量を示している。これより、横ひび割れの損傷度間の推移確率はほとんど変化しないが、縦ひび割れの損傷度間の推移確率は減少することがわかる。これは、横ひび割れの方が縦ひび割れより進行が速いため、全体的な劣化過程を支配していることに起因すると考



注) 括弧内の数字は劣化状態 (i, l) を表している。劣化状態 $(3, 3)$ は吸収状態である。

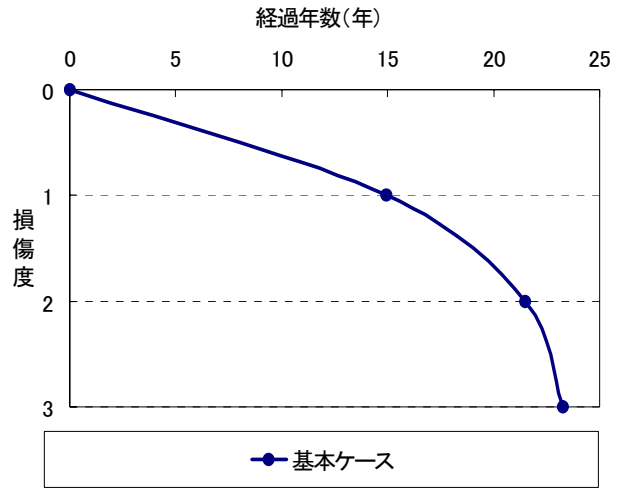
図-5 劣化状態分布の経年変化

えられる。つまり、横ひび割れはもともと進行の速いひび割れ現象であるため、その観測において他のひび割れの進行の影響を受けず、横ひび割れ進行過程における推移確率と競合的推移確率における横ひび割れ間推移確率とがほぼ等しくなっている。一方、縦ひび割れは、その観測において横ひび割れの進行の影響を受けるため、時間の経過とともに縦ひび割れの損傷度間推移確率(競合的推移確率)は減少している。最後に、桃色の線は異なるひび割れタイプ間における推移確率の変化量を示している。これより、異なるひび割れタイプ間の推移が観測される確率は経年とともに増加することがわかる。この傾向は、強い順に横ひび割れ、縦ひび割れ、面ひび割れとなっている。以上のことより、測定によって観測される劣化状態には、2.(4)で言及したように、時間とともに劣化速度の速いタイプのひび割れが代表値として選択される確率が増加する。しかし、このような動的サンプル選択バイアスは、経過時間とともに、ある一定値に収束していく。

つぎに、競合的推移確率行列を用いて、劣化状態分布の経年による推移状態を求めることとする。競合的

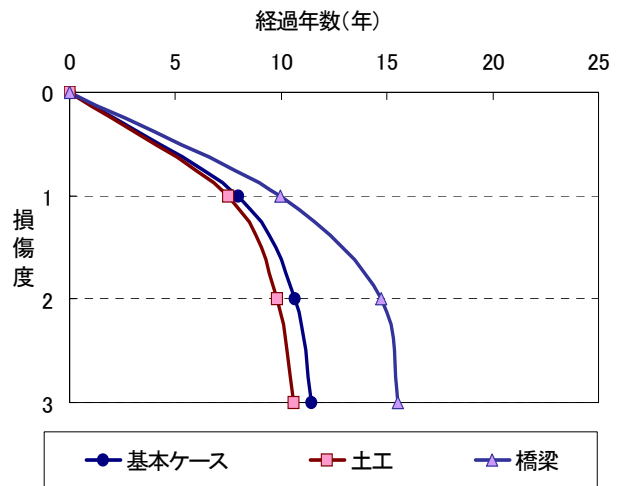
推移確率行列はマルコフ性を満足しないため、劣化状態分布を求めるためには、初期時点を中心とするサンプル時間軸上で、初期時点の劣化状態(0,0)から、時点 y における劣化状態(i, l)に推移する確率 $P_{il}(y)$ を直接求めることが必要となる。式(39)を用いて、経過年数 y に対して、各劣化状態が生起する確率 $P_{il}(y)$ を求めた結果を図-5に示している。同図において、赤は損傷度1、青は損傷度2、緑は損傷度3の状態を表している。また、ひび割れタイプについては、縦ひび割れが縦柄、横ひび割れが横柄、面ひび割れが格子柄となっている。同図より、以下のような経験的事項を読み取ることができる。まず、ひび割れの進行速度に着目すると、ひび割れが発生しないセクションの割合が50%になるのにかかる期間は約3.5年であり、20%になる期間は約8年である。つぎに、各ひび割れタイプの割合に着目すると、いずれの損傷度においても、横ひび割れの占める割合の方が縦ひび割れが占める割合よりも大きくなっている。また、8年が経過した時点で、約50%のセクションで損傷度3の縦ひび割れ、もしくは横ひび割れの状態に到達する。しかし、それ以上の劣化状態(損傷度3の面ひび割れ)に推移していない。このことは、損傷度3の面ひび割れが発生する前の段階で、舗装の補修が実施されるため、損傷度3の横ひび割れが劣化過程の吸収状態の役割を果たしていることを示している。また、全損傷度を通じて、セクションを代表するひび割れタイプとして面ひび割れがほとんど観測されていない。これは、面ひび割れが生起する頻度自身が少ないこと、他のひび割れタイプの劣化の進行が速いこと、および面ひび割れが発生する前の段階で舗装の補修が実施されることの3点に起因している。ここで、図-5はもっとも劣化した劣化状態(代表値)の経年変化を示したものであり、同図において代表値に選ばれる割合が小さい場合でも、実際にはその劣化状態が多数生起している可能性がある点に留意しなければならない。

つぎに、式(17)を用いて、縦ひび割れと横ひび割れの供用性曲線を求めた。その結果を図-6と図-7に示す。同図には、対象区間全体の平均ハザード率を用いた供用性曲線(基本ケースと呼ぶ)、さらに横ひび割れについては土工部、橋梁部の平均ハザード率を用いて求めた供用性曲線を併せて示している(縦ひび割れについては、表-2に示したように構造特性は説明変数として採用されなかったために、基本ケースのみを表示している)。これらの図より、以下の点が読み取れる。第1に、縦・横ひび割れは、いずれも初期ひび割れが発生するまでには時間を要するものの、一旦ひび割れが発生するとひび割れは加速度的に進行する。第2に、横ひび割れの方が縦ひび割れよりも劣化速度が速い。例えば両方の基本ケースを比較すると、健全な状態から損



注) 基本ケースは対象区間における平均的なセクションの供用性曲線を示している。

図-6 縦ひび割れの供用性曲線(競合)



注) 基本ケースは対象区間における平均的なセクションの供用性曲線を示している。

図-7 横ひび割れの供用性曲線(競合)

傷度1に劣化するまでに約7年、損傷度3に劣化するまでには12年程度の差がある。第3に、横ひび割れタイプに関して、土工部の方が橋梁部より劣化速度が速い。具体的には、損傷度3に至るまでの平均期間長には約5年の差異が発生している。第4に、基本ケースの供用性曲線は比較的土工部の供用性曲線に近い形状を示しているが、これは本研究の対象区間では土工部が約8割であったことに起因する。つぎに、式(41)を用いて、ひび割れ過程全体を対象にした供用性曲線を図-8に示す。同図では、もっとも進行しているひび割れタイプを追跡して、その損傷度のある時点でのサンプルを代表する損傷度として示している。このため、図-6、図-7に示す供用性曲線よりも、劣化の進行速度が速い供用性曲線が得られる。各道路特性ごとの供用性曲線の形状は、図-6、図-7において確認した事項と同じ特性が読

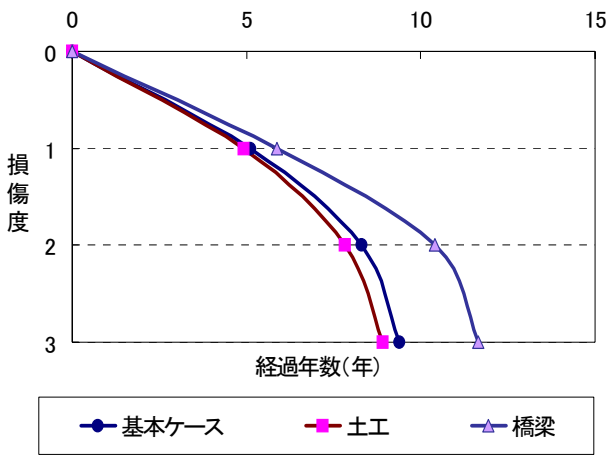


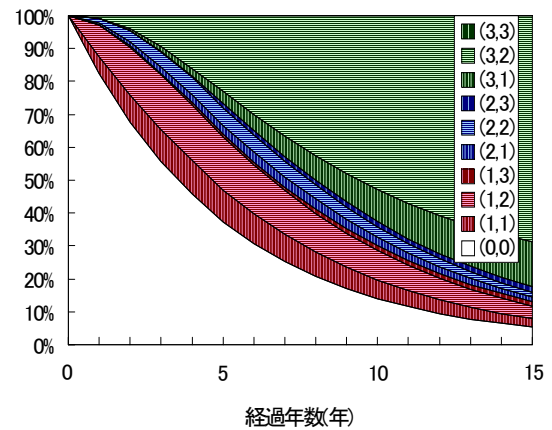
図-8 ひび割れ過程を表す供用性曲線

み取れる。各ひび割れ進行過程が競合する結果、ひび割れ全体の進行速度は、各タイプ別のひび割れ進行速度よりも、早い速度で進行する。しかし、横ひび割れの進行速度が、縦ひび割れの進行速度より速いため、代表的なひび割れとして観測される割合が多い。そのため、代表的なひび割れタイプを用いて推計した供用性曲線は、横ひび割れの供用性曲線よりも、若干劣化速度が速くなっているものの、横ひび割れの供用性曲線と似通った供用性曲線になっている。

(5) 他のハザードモデルとの比較

競合的劣化ハザードモデルの推計結果と、筆者等が提案した階層型指数劣化ハザードモデル¹¹⁾、多段階指数劣化ハザードモデル⁷⁾を用いた推計結果を比較し、競合的劣化ハザードモデルの特性を明らかにする。階層型指数劣化ハザードモデルの詳細については参考文献に譲る。モデルの推計にあたっては、同一のデータベースを用いた。ただし、多段階指数ハザードモデルの推計にあたっては、各ひび割れタイプの損傷データのみを用いて、モデルを推計している。

階層型指数劣化ハザードモデルではひび割れタイプ別損傷度を状態変数と考え、状態変数間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。同モデルの利点は、ひび割れ過程全体をマルコフ連鎖モデルで表現するために、操作性の高いひび割れ過程のモデル化が可能である点である。しかし、代表値として観測されるサンプルを用いてマルコフ推移確率を推計するため、推計されたマルコフ推移確率に動的サンプル選択バイアスが発生する危険性がある。さらに、階層型指数劣化ハザードモデルを用いて、ひび割れタイプ別の供用性曲線を推計することは不可能であるという問題もある。したがって、ひび割れタイプ別の劣化速度を検討する場合、競合的劣化ハザードモデルを用いざるを得ない。



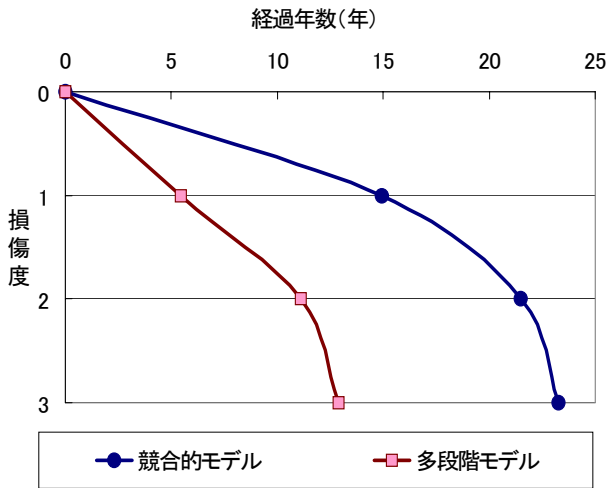
注) 括弧内の数字は劣化状態 (i, l) を表している。劣化状態 (1, 3), (2, 3), (3, 3), (3, 1), (3, 2) は吸収状態である。

図-9 劣化状態分布の経年変化 (階層型)

図-9に、階層型指数劣化ハザードモデルを用いて求めた劣化状態分布の経年変化を示している。上述したように、階層型指数ハザードモデルでは、図-6、図-7に示したようなひび割れタイプ別供用性曲線を推計できない。同図と図-5を比較することにより、損傷度別の状態分布には大きな差異がないが、個別のひび割れに関しては状態分布に若干の差異が見出せることが判る。特に、階層型指数劣化ハザードモデルを用いた場合、横ひび割れの出現確率が小さくなっている。すなわち、図-4に示したように、階層型指数劣化ハザードモデルを用いた場合、動的サンプル選択バイアスにより、横ひび割れの競合的推移確率が過小評価される危険性がある。

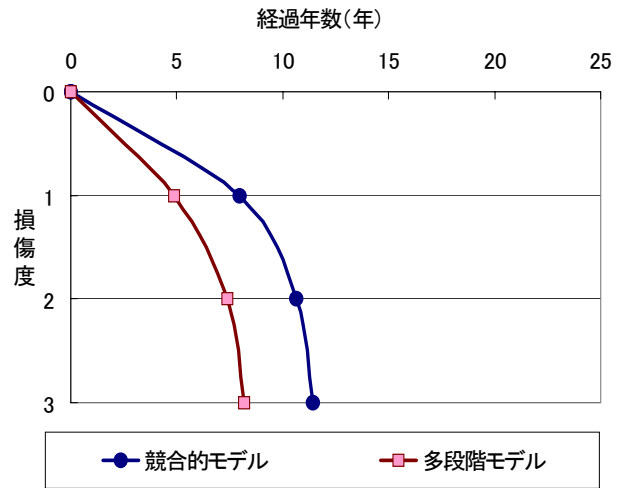
3. (4) で言及したように、競合劣化ハザードモデルで推計した競合的推移確率はマルコフ性を満足しない。競合的劣化ハザードモデルを用いた場合、非斉時マルコフ連鎖モデルを用いて舗装の劣化過程をモデル化することが必要となり、モデルの操作性が低下するという実用上の問題点が生起する。斉次マルコフ連鎖モデルを用いて、ひび割れタイプを考慮した舗装の劣化過程を近似することが望ましいかどうかを判断するためには、近似モデルを用いてライフサイクル費用の推計や最適補修政策を検討しても実用的に問題がないかどうかに関して検討することが必要となる。このような近似精度に関する議論は、本稿の域を越えており、今後の課題としたい。

つぎに、多段階指数劣化ハザードモデルを用いて求めた縦ひび割れ、横ひび割れの供用性曲線を図-10と図-11に示している。これらの図には、競合的劣化ハザードモデルを用いて求めた各ひび割れタイプの供用性曲線も示している。これら2つの図に示すように、多段階指数ハザードモデルを用いて作成した供用性曲線は、競合的劣化ハザードモデルを用いた場合よりも、より早く劣化が進行する結果となっている。多段階指数劣



注) 基本ケースは対象区間における平均的なセクションの供用性曲線を示している。

図-10 縦ひび割れの供用性曲線 (多段階)



注) 基本ケースは対象区間における平均的なセクションの供用性曲線を示している。

図-11 横ひび割れの供用性曲線 (多段階)

化ハザードモデルの推計で用いたデータベースは、各ひび割れタイプに関して劣化の速いサンプルのみを集めた内容になっている。そのため、劣化速度を過大評価する危険性がある。このように各ひび割れタイプに関する損傷度が記載されているサンプルのみを用いて各ひび割れタイプ別の供用性曲線を推計した場合、劣化の進行の早いサンプルのみを用いて劣化ハザードモデルを推計したことによるサンプル選択バイアスが発生することになる。一方、競合的劣化ハザードモデルでは、代表的なひび割れタイプとして観測されないひび割れタイプの損傷度分布に関する情報を推計に利用することが可能であり、サンプル選択バイアスを除去した上で、ひび割れタイプ別供用性曲線を推計することができるという利点がある。

6. おわりに

本研究では、道路舗装のひび割れ状態を、ひび割れタイプと損傷度という2つの状態変数で表現した。個々のタイプのひび割れの進行過程を多段階指数劣化ハザードモデルで表現するとともに、個々のタイプのひび割れの中でもっとも損傷度が大きいひび割れのみが観測される状況を競合的劣化ハザードモデルを用いて表現した。さらに、東関東自動車道におけるひび割れに関する測定結果に基づいて、ひび割れ過程に関する実証的な知見を得ることができた。今後、他の高速道路路線を対象とした適用事例を蓄積することにより、モデルの適用性を広げる努力が必要である。また、本研究で提案した方法論は、道路舗装のひび割れ過程だけでなく、多元的な特性を持つ土木構造物の劣化過程の分析に幅広く適用可能である。本研究で提案した方法論

に関して、今後以下のような研究課題が残されている。第1に、舗装の劣化状態に関する測定誤差の問題が考えられる。本研究の適用事例で用いたデータベースでは時間の経過により損傷度が改善するような矛盾するサンプル数は少なく、測定誤差による推計バイアスの問題はそれほど深刻ではない。しかし、測定精度が十分でないようなデータベースを用いてハザードモデルを推計するためには、測定誤差分布を考慮したような隠れマルコフ劣化モデルを開発することが必要となる。第2に、損傷度が進展したセクションでは、舗装の補修が実施され、サンプルが欠損する可能性がある。サンプル欠損による推計バイアスに対しては、状態変数の出現確率と観測サンプル数の比を用いて尤度関数を修正することにより対処可能である⁹⁾。最後に、本研究で推計したマルコフ推移行列を用いて、ライフサイクル費用を求めることが可能である。ひび割れ補修工法と計画が与えられれば、容易にライフサイクル費用を評価することができる。また、舗装マネジメントの立場からは、わだち掘れ、平坦性、段差等、他の原因で発生する道路舗装の劣化事象の進行プロセスとの競合関係を考慮したライフサイクル費用評価の方法論を開発することが必要である。

なお、本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。

参考文献

- 1) 阿部頼政, 飯野忠雄: わだち掘れ測定データの解析法に関する研究, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.117-123, 1993.
- 2) 清野昌貴, 岳本秀人, 丸山紀美雄, 遠藤桂: プロジェクトレベルにおける舗装の供用性曲線適用手法について, 土木学会舗装工学論文集, 第10巻, pp.191-196, 2005.

- 3) 武山泰, 嶋田洋一, 福田正: マルコフ連鎖によるアスファルト舗装の破損評価システム, 土木学会論文集, No.420/V-13, pp.135-141, 1990.
- 4) 武山泰, 福田正: 温暖地におけるアスファルト舗装の破損遷移に関するデータ解析, 土木学会論文集, No.451/V-17, pp.189-195, 1992.
- 5) 谷口聡, 伊藤正秀, 野村敏明, 阿部忠行: 舗装データベースを用いた供用性曲線作成手法に関する研究, 土木学会舗装工学論文集, 第8巻, pp.99-106, 2003.
- 6) Shin, H.C. and Madanat, S.M.: Development of stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 7) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 8) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 9) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 10) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 11) 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司: 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集F, Vol.63, pp.386-402, 2007.
- 12) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 13) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 14) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 15) 川口徹之, 高田澄夫: 高速道路の舗装性状の実態—日本道路公団福岡管理局管内, 舗装, Vol.18, No.7, pp.8-17, 1983.
- 16) 川島義昭, 福島公, 三好康夫: 高速道路におけるアスファルト舗装のひび割れ—実態と発生機構に関する一考察—, 昭和58年度日本道路公団試験所報告, pp.67-79, 1984.
- 17) Gerritsen, A.H., Van Gurp, C.A.P.M., Van der Heide, J.P.J., Molenaar, A.A.A., and Pronk, A.C.: Prediction and Prevention of Surface Cracking in Asphalt Pavements, *Proceedings of 6th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, pp.378-391, 1987.
- 18) 姫野賢治, 渡辺隆, 丸山暉彦: アスファルト混合物の拡張された疲労破壊基準に関する研究, 土木学会論文集, No.378/V-6, pp.259-268, 1987.
- 19) 西澤辰男, 松野三朗: アスファルト舗装の車輪走行位置に生ずる縦表面ひびわれについて, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.71-80, 1993.
- 20) 東滋夫, 金井利浩, 岡部俊幸: アスファルトの劣化を考慮した縦表面ひびわれに関する一考察, 土木学会第53回年次学術講演会, V-38, pp.76-77, 1998.
- 21) 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.
- 22) 岩田暁一: 計量経済学, 有斐閣, 1982.
- 23) 繁枅算男: ベイズ統計入門, 東京大学出版会, 1985.
- 24) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- 25) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statics, 2001.
- 26) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア—計算統計II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 27) Titterton, D.M., Smithe, A.F.M. and Makov, U.E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
- 28) Robert, C.P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in: Gillks, W.R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D.J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
- 29) Dempster, A.P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
- 30) Diebolt, J. and Robert, C.P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 31) Robert, C.P., Rydén, T. and Titterton, D.M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.
- 32) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C.P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
- 33) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.

(2008. 3. 14 受付)

A COMPETITIVE DETERIORATION HAZARD MODEL: APPLYING FOR PAVEMENT CRACKING PROCESSES

Hidekazu HAYASHI, Kiyoyuki KAITO, Kazuhiko KUMADA and Kiyoshi KOBAYASHI

The types of deterioration of public utilities are multiple. It is often the case that the type, whose levels of deterioration are mostly progressed among others, is reported as a representative one in the inspections operated in the real world. In this paper, the deterioration processes are supposed to be subject to Markov processes, and the mechanisms that the representative types of the deterioration processes are selected through the competitions among the undergoing processes are formulated by the competitive hazard model. Moreover, the types of the cracks on the expressways are categorized into three types including lengthways, side ways, and length-and-side ways cracks. Based upon the empirical dataset, the model is estimated to investigate the impacts of road structure, pavement characteristics, and highway environment upon he progressions rates of cracks on pavement.